Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2(\log_5 10-\log_5 2)+\log_5 25=2\log_5 5+\log_5 5^2=$	**3p**
	$=2\cdot 1+2=4$	**2p**
2.	$f(2+m)=m-2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$m-2=2-m$, de unde obținem $m=2$	**3p**
3.	$2^{2x+1}=2^7$, de unde obținem $2x+1=7$	**3p**
	$x=3$	**2p**
4.	Cifra unităților se poate alege într-un singur mod	**2p**
	Cifra sutelor se poate alege în 5 moduri și, pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifra zecilor se poate alege în câte 4 moduri, deci sunt $1\cdot 5\cdot 4=20$ de numere	**3p**
5.	$m_{BC}=3$, deci $m_d=3$	**3p**
	Ecuația dreptei d este $y-1=3(x-0)$, adică $y=3x+1$	**2p**
6.	$\text{tg}\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$, $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$E\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&-2\\0&1&1\\2&4&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}1&1&-2\\0&1&1\\2&4&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1+0+2+4-4-0=3$	**3p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&1&-2\\0&a&1\\2&4&1\end{vmatrix}=a^2+2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2+2\neq 0$, pentru orice număr real a, deci sistemul de ecuații are soluție unică, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$y_0=\frac{12-3a}{a^2+2}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\frac{12-3a}{a^2+2}\geq 1$, de unde obținem $a\in[-5,2]$	**2p**
2.a)	$6*7=4-\frac{1}{2}(6-4)(7-4)=$	**3p**
	$=4-3=1$	**2p**

b)	$x*(x+4)=4-\frac{1}{2}(x-4)x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$4-\frac{1}{2}(x-4)x=6$, de unde obținem $x=2$	**3p**
c)	$m*n*p=4+\frac{1}{4}(m-4)(n-4)(p-4)$, pentru orice numere naturale m, n și p	**3p**
	$4+\frac{1}{4}(m-4)(n-4)(p-4)=3\Leftrightarrow(m-4)(n-4)(p-4)=-4$ și, cum m, n și p sunt numere naturale cu $m<n<p$, obținem tripletele $(2,5,6)$ și $(3,5,8)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\sqrt{x^2+2}+(x-5)\cdot\frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}=$	**3p**
	$=\frac{x^2+2+x^2-5x}{\sqrt{x^2+2}}=\frac{2x^2-5x+2}{\sqrt{x^2+2}}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ sau $x=2$	**2p**
	Pentru orice $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$, $f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{2},2\right]$ și, pentru orice $x\in[2,+\infty)$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $[2,+\infty)$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-5x}{f(x)}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{2}{x^2+2}\right)^{\frac{x}{2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(1-\frac{2}{x^2+2}\right)^{-\frac{x^2+2}{2}}\right)^{-\frac{x}{x^2+2}}=$	**3p**
	$=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{x}{x^2+2}}=e^0=1$	**2p**
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)-\ln^2 x\right)dx=\int_1^2\left(8x^3+1\right)dx=\left.\left(2x^4+x\right)\right\|_1^2=$	**3p**
	$=34-3=31$	**2p**
b)	$\int_1^e\frac{f(x)-8x^3-1}{x}dx=\int_1^e\ln^2 x\cdot(\ln x)'dx=\left.\frac{\ln^3 x}{3}\right\|_1^e=$	**3p**
	$=\frac{\ln^3 e}{3}-\frac{\ln^3 1}{3}=\frac{1}{3}$	**2p**
c)	$I_n=\int_1^{e^2}\frac{x(\ln x)^n}{1+\ln^2 x}dx$, $I_{n+2}+I_n=\int_1^{e^2}\frac{x(\ln x)^{n+2}+x(\ln x)^n}{1+\ln^2 x}dx=\int_1^{e^2}x(\ln x)^n\,dx$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**
	Pentru orice $x\in\left[1,e^2\right]$, $\ln x\leq 2$, de unde obținem $I_{n+2}+I_n\leq 2^n\int_1^{e^2}xdx=2^{n-1}\left(e^4-1\right)$	**2p**