# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
## Proba E c)
## Probă scrisă la MATEMATICĂ Varianta 6

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.**

## BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $-1 \le \frac{x+1}{3} \le 1 \Rightarrow -3 \le x+1 \le 3$ | **2p** |
| | $-4 \le x \le 2 \Rightarrow x \in [-4,2]$ | **2p** |
| | $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-4,-3,-2,-1,0,1,2\}$ | **1p** |
| **2.** | $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow \begin{cases} f(0)=0 \\ f(2)=2 \\ f(-1)=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ 4a+2b+c=2 \\ a-b+c=2 \end{cases}$ | **3p** |
| | $\begin{cases} c=0 \\ a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^2-x$ | **2p** |
| **3.** | Condiții $\begin{cases} x+3>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x \in (0,+\infty)$ | **1p** |
| | $\log_2 \frac{x+3}{x} = 2$ | **2p** |
| | $x = 1 \in (0,+\infty)$ | **2p** |
| **4.** | $p = \frac{\text{nr cazuri favorabile}}{\text{nr cazuri posibile}}$ | **1p** |
| | Cazuri posibile sunt 4 | **1p** |
| | Cazuri favorabile sunt 3 | **2p** |
| | $p = \frac{3}{4}$ | **1p** |
| **5.** | $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{i} + \vec{i} - \vec{j} = 5\vec{i} - \vec{j}$ | **3p** |
| | $C(5,-1)$ | **2p** |
| **6.** | Din teorema sinusului $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C}$ | **3p** |
| | $R = \frac{6}{2\cdot\frac{1}{2}} = 6$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det(A)=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{vmatrix}$ | **3p** |
| | Calculul determinantului: $\det(A)=1$ | **2p** |
| **b)** | $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ sau | **2p** |
| | $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ | **2p** |
| | Deci $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$ | **1p** |
| **c)** | Prin înmulţire cu $A^{-1}$ la stânga se obţine $X=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&2\\3&3&3\end{pmatrix}=$ | **3p** |
| | $=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&2\\2&2&2\end{pmatrix}$ | **2p** |
| **2.a)** | $f(\hat{1})=\hat{1}^3+\hat{2}\cdot\hat{1}^2=$ | **2p** |
| | $=\hat{1}+\hat{2}=\hat{0}$ | **3p** |
| **b)** | $f=X^2(X+2)$ | **2p** |
| | Rădăcinile lui $f$ sunt $\hat{0},\hat{0}$ şi $\hat{1}$ | **3p** |
| **c)** | $\mathbb{Z}_3=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2}\}\Rightarrow a,b,c,d$ pot lua câte trei valori fiecare | **3p** |
| | Deci $G$ are $3^4=81$ elemente | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\dfrac{x\cdot e^x}{(x+1)^2}$ | **3p** |
| | $\dfrac{f'(x)}{f(x)}=\dfrac{x}{x+1},\ \forall x\in[0,1]$ | **2p** |
| **b)** | $f'(x)=\dfrac{x\cdot e^x}{(x+1)^2}\geq 0,\forall x\in[0,1]$ | **2p** |
| | $f$ este crescătoare pe $[0,1]$ | **3p** |
| **c)** | $0\leq x\leq 1\Rightarrow f(0)\leq f(x)\leq f(1)\Rightarrow$ | **2p** |
| | $1\leq f(x)\leq\dfrac{e}{2}\Rightarrow\dfrac{2}{e}\leq\dfrac{1}{f(x)}\leq 1,\ \forall x\in[0,1]$ | **3p** |
| **2.a)** | $l_s(1)=l_d(1)=f(1)=2\Rightarrow f$ continuă în 1 | **3p** |
| | $f$ continuă pe $\mathbb{R}$, deci $f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **b)** | $V=\pi\int_1^2 g^2(x)\,dx=$ | **1p** |
| | $=\pi\int_1^2\left(x^2+3\right)dx=\pi\left(\frac{x^3}{3}+3x\right)\Big\|_1^2=$ | **3p** |
| | $=\frac{16}{3}\pi$ | **1p** |
| **c)** | $\int_1^{\sqrt{6}} x\sqrt{x^2+3}\,dx=$ | **1p** |
| | $=\frac{1}{2}\int_4^9\sqrt{t}\,dt=\frac{1}{3}t^{\frac{3}{2}}\Big\|_4^9=\frac{19}{3}$ | **4p** |