EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba E c)

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $\log_2 \sqrt{6} - \log_2 \sqrt{3}$.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$. Calculați $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot ...\cdot f(10)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} - 2^{x+1} = 24$.

5p **4.** Calculați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \le 8\}$.

5p **5.** În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$ şi $B(2,m)$. Ştiind că B aparține dreptei de ecuație $y = 3x + 20$ determinați coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.

5p **6.** Calculați valoarea expresiei $E(x) = \cos x + \sin 2x$ pentru $x = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziție $x \circ y = x + y + \sqrt{2}$.

5p **a)** Arătați că $x + y \in M$, oricare ar fi $x, y \in M$.

5p **b)** Arătați că $x \cdot y \in M$, oricare ar fi $x, y \in M$.

5p **c)** Determinați $x \in M$ cu proprietatea că $x \cdot (1+\sqrt{2})^2 = 1$.

5p **d)** Verificați dacă $\frac{1}{1+\sqrt{2}} \circ \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \in M$.

5p **e)** Arătați că legea „$\circ$” este asociativă pe mulțimea M.

5p **f)** Arătați că legea „$\circ$” determină pe mulțimea M o structură de grup.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Fie matricele $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = M + aI_2$, $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $M^2 = M$.

5p **b)** Determinați matricea $A(2010)$.

5p **c)** Determinați $a \in \mathbb{R}$, pentru care $\det(A(a)) = 2$.

5p **d)** Arătați că $A^{-1}(1) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

5p **e)** Arătați că pentru oricare $a \in \mathbb{Z}$ matricea $A(a) + (A(a))^t$ este inversabilă, unde $(A(a))^t$ este transpusa matricei $A(a)$.

5p **f)** Rezolvați în mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația matricială $X \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$.