EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba E c)

Varianta 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul submulțimilor mulțimii $A=\{1,3,5,7,9\}$, care au două elemente.

5p **2.** Determinați $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$ pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3m-1)x+2$ este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **3.** Arătați că $x_1x_2-5(x_1+x_2)=-10$, unde x_1,x_2 sunt soluțiile ecuației $ax^2-(2a+1)x+5=0$, $a\in\mathbb{R}^*$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\frac{3x-2}{x+2}=1$.

5p **5.** Determinați vectorul de poziție al centrului de greutate al triunghiului ABC ştiind că $\overrightarrow{r_A}=3\cdot\vec{i}-2\cdot\vec{j}$, $\overrightarrow{r_B}=-5\cdot\vec{i}+4\cdot\vec{j}$, $\overrightarrow{r_C}=8\cdot\vec{i}+7\cdot\vec{j}$.

5p **6.** Scrieți ecuația dreptei care trece prin punctul $A(4,3)$ şi are panta $m=\text{tg}45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x*y=x+y+2$ şi $x\circ y=xy-2x-2y+m$, $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că legea „$*$” este asociativă pe mulțimea numerelor reale.

5p **b)** Determinați $m\in\mathbb{R}$ pentru care $11\circ1=0$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x-1)\circ4=(3*3)+m$.

5p **d)** Determinați $m\in\mathbb{R}$ pentru care legea „$\circ$” admite elementul neutru $e=3$.

5p **e)** Pentru $m=6$ determinați elementele $x\in\mathbb{R}$ ale căror simetrice, în raport cu legea „$\circ$”, verifică relația $x'=\frac{3}{2}-x$.

5p **f)** Arătați că numerele reale $a=x*x$, $b=a*x$, $c=b*x$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice pentru oricare $x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele: $A=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&1&0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ şi $C=I_3+A$.

5p **a)** Calculați $\det(C)+\det(A)$.

5p **b)** Calculați C^{-1}, unde C^{-1} este inversa matricei C.

5p **c)** Calculați $M=C\cdot\left(C-2A+A^2\right)-I_3$.

5p **d)** Arătați că $\det(I_3+xA)=1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **e)** Arătați că matricea $C+C^t$ este inversabilă, unde C^t este transpusa matricei C.

5p **f)** Calculați A^{2010}.