

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-26 FEBRUARIE 2017
Clasa a VII-a
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .

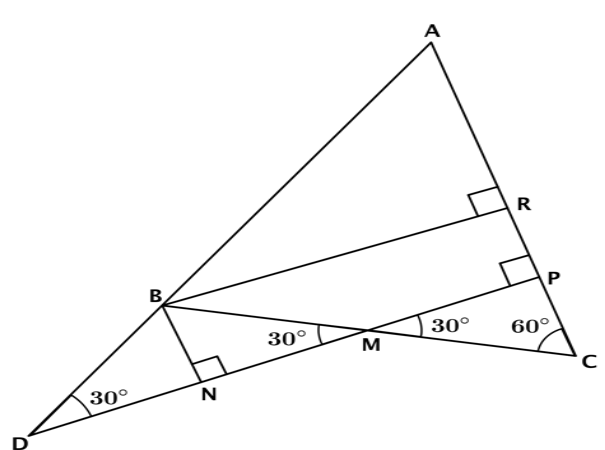
SUBIECTUL I

$16 \cdot 9^{1008} + 13^{2017} = 13^{2016} + 13^{2017} =$ $= 13^{2016}(1 + 13) = 13^{2016}(1 + 4 + 9) =$ $= 13^{2016} + 13^{2016} \cdot 4 + 13^{2016} \cdot 9 =$ $= (13^{1008})^2 + (2 \cdot 13^{1008})^2 + (3 \cdot 13^{1008})^2$ $a = 13^{1008}; b = 2 \cdot 13^{1008}; c = 3 \cdot 13^{1008}$	2p 2p 1p 2p
--	--------------------------

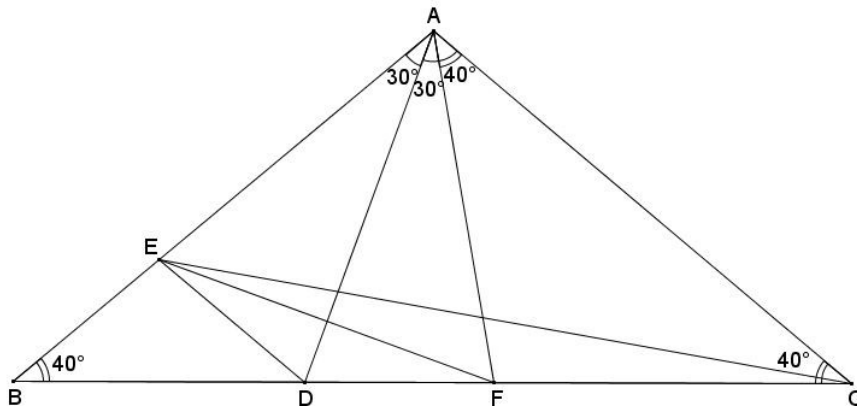
SUBIECTUL II

a. $a = \frac{21n-3}{4}; b = \frac{15n+2}{4}$ $15a - 21b = \frac{15 \cdot 21n - 45}{4} - \frac{21 \cdot 15n + 42}{4} = -\frac{87}{4} \notin \mathbb{Z}$ Dacă $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow 15a - 21b \in \mathbb{Z} \Rightarrow -\frac{87}{4} \in \mathbb{Z}$ Fals! b. Se înmulțește ecuația cu 7 și se obține: $49x_1^2 - 14x_1 + \dots + 49x_n^2 - 14x_n = 0;$ $(7x_1 - 1)^2 + \dots + (7x_n - 1)^2 = n.$ Cum $7x_i - 1 \neq 0, \forall x_i \in \mathbb{Z}$, rezultă că $7x_i - 1 \in [-1; 1]$, adică : $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0.$	2p 1p 2p 2p
---	--------------------------------------

SUBIECTUL III

a.  ΔADP este dreptunghic în P iar $m(\widehat{DAP}) = m(\widehat{BAC}) = 60^\circ \Rightarrow m(\widehat{ADP}) = 30^\circ$ ΔPCM este dreptunghic în P iar $m(\widehat{PCM}) = 60^\circ$ atunci $m(\widehat{PMC}) = m(\widehat{BMD}) = 30^\circ \Rightarrow \Delta DBM$ isoscel și $BD = BM$. b. Fie înălțimea BR în ΔABC; $R \in (AC)$; R - mijlocul laturii AC; BN mediană și înălțime. Patrulaterul $BRPM$ are trei unghiuri drepte deci este dreptunghi și $BN = RP; CP + BN = CP + PR = RC = \frac{AC}{2} \Rightarrow 2(CP + BN) = AC = AB$	2p 1p 1p 1p 2p
---	--

SUBIECTUL IV



Avem $[AB] \equiv [AC]$ și $m(\angle BAC) = 100^\circ$, de unde rezultă

1p

1p

1p

1p

1p

1p

1p

$$m(\angle B) = m(\angle ACB) = 40^\circ.$$

Din $DE \parallel AC$ și AB secantă obținem $m(\angle BED) = m(\angle BAC) = 100^\circ$, de unde rezultă $m(\angle DEA) = 80^\circ$.

Triunghiul DAC este isoscel cu $[CD] \equiv [CA]$ și $m(\angle DCA) = 40^\circ$, de unde obținem $m(\angle DAC) = m(\angle ADC) = 70^\circ$ și atunci $m(\angle DAE) = 30^\circ$.

Construim $F \in (DC)$ astfel încât $m(\angle DAF) = 30^\circ$ și atunci $m(\angle CAF) = m(\angle BAC) - m(\angle DAE) - m(\angle DAF) = 40^\circ$, de unde obținem $m(\angle CAF) = m(\angle ACF)$ și deci $\triangle CAF$ este isoscel, cu $[AF] = [CF]$. (1)

În $\triangle DAE$, $m(\angle ADE) = 180^\circ - m(\angle DEA) - m(\angle DAE) = 70^\circ$ și folosind $DE \parallel AC$ avem $m(\angle BDE) = m(\angle BCA) = 40^\circ$, de unde deducem că

$$m(\angle ADF) = 180^\circ - m(\angle BDE) - m(\angle ADE) = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$$

Obținem $m(\angle DAE) = m(\angle DAF) = 30^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} [AD] \text{ latură comună} \\ m(\angle ADE) = m(\angle ADF) = 70^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} U.L.U. \\ \Rightarrow \end{array} \triangle DAE \equiv \triangle DAF \text{ de}$$

unde obținem $[AE] \equiv [AF]$ și deci $\triangle AEF$ este isoscel cu $m(\angle EAF) = m(\angle EAD) + m(\angle DAF) = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$.

Prin urmare $\triangle AEF$ este echilateral cu $[AF] \equiv [EF] \equiv [AE]$ (2) și $m(\angle FEA) = 60^\circ$.

Atunci : $m\angle$.

Cum $\triangle DAE \equiv \triangle DAF$ implică $[DE] \equiv [DF]$, obținem că $m(\angle DFE) = m\angle$ și atunci $m(\angle EFC) = 160^\circ$.

Din relațiile (1) și (2) avem $[AF] \equiv [CF] \equiv [EF]$, deci $\triangle FCE$ este isoscel cu

$$m(\angle FEC) = m(\angle FCE) = \frac{180^\circ - m(\angle EFC)}{2} = \frac{180^\circ - 160^\circ}{2} = 10^\circ$$

În final, $m(\angle DEC) = m\angle$.