

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 26 februarie 2017
Clasa a VII – a
VARIANTA 1

VII**SUBIECTE:**

1. Se consideră numărul:

$$A = \sqrt{a, b(cd) + b, c(da) + c, d(ab) + d, a(bc)}, \text{ unde } a, b, c, d \text{ sunt cifre nenule diferite.}$$

a) Demonstrați că $1 \leq 0,3 \cdot A \leq \sqrt{3}$.

b) Câte numere $\overline{abcd}$ sunt dacă $A \in \mathbb{Q}$?

Prof. Molea Gheorghe

2. Mediana $[BM]$ ($M \in (AC)$) a triunghiului ascuțitunghic ABC întâlnește paralela prin C la AB în E , iar mediana $[BF]$ ($F \in (EC)$) a triunghiului BCE intersectează pe AC în N .

a) Demonstrați că $AECB$ este paralelogram.

b) Determinați raportul dintre aria triunghiului MNF și aria paralelogramului $AECB$.

3. Se consideră numerele $A = \frac{1}{100^2} + \frac{2}{99^2} + \frac{3}{98^2} \dots + \frac{98}{3^2} + \frac{99}{2^2}$ și $B = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}$.

Arătați că $A < B$.

Gazeta Matematică

4. Fie $ABCD$ un pătrat, E mijlocul lui (AD) și F mijlocul lui (DC) . Dreapta BE intersectează pe CD în M , AF pe BC în N , ND pe BM în P și AP pe CD în Q . Arătați că dreptele QO și AN sunt perpendiculare, unde O este centrul pătratului $ABCD$.

Prof. Cosmin Manea și Dragoș Petrică

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.

Timp de lucru: 3 ore.

Subiecte selectate și propuse de profesor Cosmin Manea, Argeș