

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A VII-A

SOLUȚIE ȘI BAREM DE CORECTARE:

Subiectul I	Punctaj
$\frac{3a+4b+5c}{2a+3b} = \frac{3b+4c+5a}{2b+3c} = \frac{3c+4a+5b}{2c+3a} = \frac{12a+12b+12c}{5a+5b+5c} = \frac{12}{5}$ $A = \sqrt{\left(\frac{12}{5} + \frac{12}{5} + \frac{12}{5}\right) \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$	4p 3p
Subiectul II	Punctaj
$U(2013^{2012}) = U(3^{2012}) = 1$ $U(2012^{2013}) = U(2^{2013}) = 2$ $[\Rightarrow U(2013)^{2012} + 2012^{2013}] = 3 \Rightarrow 2013^{2012} + 2012^{2013}$ nu este pătrat perfect $\Rightarrow \sqrt{2013^{2012} + 2012^{2013}} \notin \mathbb{Q}$	1p 1p 1p
Pentru $n = 0$, $6^0 + 2013 = 2014$, care nu este pătrat perfect. Pentru $n > 0$, $6^n + 2013$ este divizibil cu 3, dar nu este divizibil cu 9 $\Rightarrow 6^n + 2013$ nu este pătrat perfect $\Rightarrow \sqrt{6^n + 2013} \notin \mathbb{Q}$	1p 2p 1p
Subiectul III	Punctaj
$BC = 2AD \Rightarrow \triangle ABC$ este dreptunghic în A. $DE \perp AC \Rightarrow DE \parallel AB$. Dar $DE = \frac{AB}{2} \Rightarrow FE = AB$ și $FE \parallel AB$ $\Rightarrow ABFE$ dreptunghi $\Rightarrow EC \parallel FH$ și $[EC] \equiv [FH]$ (din $\triangle FGH \equiv \triangle GCE$) $\Rightarrow EFHC$ dreptunghi $\Rightarrow ABHC$ dreptunghi a cărei diagonală $[AH]$ trece prin mijlocul D al diagonalei $[BC]$.	1p 2p 2p 1p 1p
Subiectul IV	Punctaj
Fie MN mediatoarea laturii $[AB] \Rightarrow \triangle ANB$ este isoscel $\Rightarrow [AN] \equiv [BN]$ Aplicând teorema bisectoarei pentru $\triangle ABC$ și $\triangle NAC$, obținem: $\frac{AB}{BN} = \frac{AE}{EN}$ și $\frac{AC}{AN} = \frac{CL}{LN}$ Cum $[AB] \equiv [AC]$ și $[AN] \equiv [BN]$ $\Rightarrow \frac{AB}{BN} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow \frac{AE}{EN} = \frac{CL}{LN}$	1p 2p 2p

Conform reciprocei teoremei lui Thales $\Rightarrow EL \parallel AC \Rightarrow LEAC$ este trapez	2p
---	----