



Olimpiada Națională de Matematică 2018

Etapa locală – Iași, 1 februarie 2018

CLASA a VII-a

Problema 1.

Fie m și n două numere naturale nenule cu proprietatea $0,33 < \frac{m}{n} < 0,34$.

- Dacă $n = 900$, determinați valorile posibile ale lui m .
- Dacă $m = 900$, aflați câte numere n au proprietatea considerată.
- Determinați numerele m și n , astfel încât m să aibă valoarea minimă.

Problema 2.

Fie x un număr real astfel încât $2000 \leq x \leq 2018$.

- Găsiți trei valori ale lui x pentru care numărul $\sqrt{(2018-x)(x-2000)}$ este rațional.
- Determinați toate valorile întregi ale lui x pentru care numărul $\sqrt{\frac{2018-x}{x-2000}}$ este întreg.
- Aflați valoarea maximă a sumei $\sqrt{2018-x} + \sqrt{x-2000}$.

Problema 3.

Se consideră trapezul $ABCD$ cu baza mare AD . Bisectoarele exterioare ale unghiurilor A și B se intersectează în punctul P , iar bisectoarele exterioare ale unghiurilor C și D se intersectează în punctul Q . Fie R mijlocul segmentului AB și S mijlocul segmentului CD .

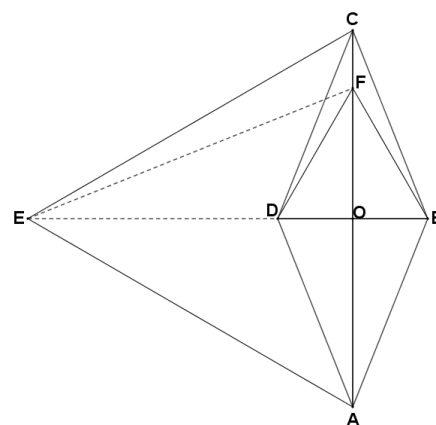
Demonstrați că:

- punctele P , R și S sunt coliniare.
- lungimea segmentului PQ este egală cu jumătate din perimetrul trapezului $ABCD$.

Problema 4.

Se consideră rombul $ABCD$, de centru O și triunghiurile echilaterale ACE și BDF , astfel încât $D \in (EO)$ și $F \in (CO)$.

- Calculați $m(\angle AFD) + m(\angle FAE)$.
- Demonstrați că $AD \perp EF$ și $BF \perp CE$.
- Demonstrați că $AO \cdot FO = BO \cdot EO$.



Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte

