

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

27 ianuarie 2018

BAREM

CLASA A XI-A

(3 ore/săptămână)

1.)	Din oficiu	1p
a)	Fie $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$. Atunci, $A \cdot X = X \cdot A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2x & 2y \\ -3x+2z & -3y+2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-3y & 2y \\ 2z-3t & 2t \end{pmatrix}$ de unde $\begin{cases} 2x = 2x - 3y \\ -3x + 2z = 2z - 3t \\ -3y + 2t = 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = t \\ z \in R \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ z & x \end{pmatrix}$	2p 2p
b)	Înmulțind pe rând egalitatea la stânga și la dreapta cu X se obține $X^4 - 3X^2 = A \cdot X, X^4 - 3X^2 = X \cdot A$ Cum $A \cdot X = X \cdot A \xRightarrow{a)} X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ z & x \end{pmatrix}$ Din $X^3 = \begin{pmatrix} x^3 & 0 \\ 3x^2z & x^3 \end{pmatrix}$ ecuația devine $\begin{pmatrix} x^3 & 0 \\ 3x^2z & x^3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} x & 0 \\ z & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = 2 \\ 3x^2z - 3z = -3 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} (x+1)(x^2-x-2) = 0 \\ z(x+1)(x-1) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+1)^2(x-2) = 0 \\ z(x+1)(x-1) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ z = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 2 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p
2.)	Din oficiu	1p
a)	$A_1(2,2), A_2(4,3)$, aplicând formula pentru ecuația dreptei $A_1A_2: -x + 2y - 2 = 0$	1p 1p
b)	$A_{\Delta A_n A_{n+1} A_{n+2}} = \frac{1}{2} \Delta , \quad \Delta = \begin{vmatrix} 2^n & n+1 & 1 \\ 2^{n+1} & n+2 & 1 \\ 2^{n+2} & n+3 & 1 \end{vmatrix} = -2^n, \quad A_{\Delta A_n A_{n+1} A_{n+2}} = 2^{n-1} = 1024 \Rightarrow n = 11$	2p + 2p
c)	$A_0(1,1) \Rightarrow B_0(-1,1), C(1,-1), A_1(2,2) \Rightarrow B_1(-2,2) \quad \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow B_0, B_1, C - \text{coliniare.}$	2p + 1p
3.)	Din oficiu	1p
	$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1+x^2 & 1+x^2 & 1+x^2 \\ -2x & 1-5x & -3x \\ 4 & 7+x & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -2x & 1-5x & -3x \\ 4 & 7+x & 5 \end{vmatrix}$	3p

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA

	$\Delta = \frac{2}{1+x^2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2x & 1-5x & -3x \\ 4 & 7+x & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -2x & 1-5x & -3x \\ 4 & 7+x & 5 \end{vmatrix}$	1p
	$= \frac{2}{1+x^2} (x^2+1) - 2$	4p
	$= 0$	1p
4.)	Din oficiu	1p
a)	$l_s = \lim_{x \nearrow 2} \left(\frac{\sin(x^2 - 7x + 10)}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} + m \right) = \lim_{x \nearrow 2} \frac{\sin(x^2 - 7x + 10)}{x^2 - 7x + 10} \cdot \frac{x^2 - 7x + 10}{ x - 2 } + m =$	2p
	$= 1 \cdot \lim_{x \nearrow 2} \frac{(x-2)(x-5)}{2-x} + m = m + 3$	2p
	$l_d = \lim_{x \searrow 2} \frac{\ln(x-1)}{x^2 - 4} = \lim_{x \searrow 2} \frac{\ln(x-2+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4}$	2p
	$\exists \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow l_s = l_d \Leftrightarrow m + 3 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{11}{4}$	1p
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sin(x^2 - 7x + 10)}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} + m \right) = -2 \Leftrightarrow 0 + m = -2 \Leftrightarrow m = -2$	2p