



Nr. .... / .....

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ - 17 februarie 2018**  
**Clasa a IX- a**

**SUBIECTUL I (7 puncte)**

Să se determine numerele reale  $x, y, z \in \left(\frac{3}{2}; \infty\right)$  cu proprietatea că :

$$\frac{(x+1)^2}{y+z-1} + \frac{(y+2)^2}{z+x-2} + \frac{(z+3)^2}{x+y-3} = 18$$

Gazeta Matematică 2/2017

**SUBIECTUL II (7 puncte)**

Considerăm șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$  definit prin  $a_1 = 2$  și  $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ ,  $n \geq 1$ . Să se calculeze  $\sum_{k=1}^n \frac{3-a_k}{a_k-1}$ .

**SUBIECTUL III (7 puncte)**

Arătați că ecuația  $x^5 + y^7 = z^9$  are o infinitate de soluții în mulțimea numerelor naturale nenule.

**SUBIECTUL IV (7 puncte)**

Fie  $ABC$  un triunghi și  $A', B', C'$  picioarele bisectoarelor din  $A, B$  și  $C$ . Notăm cu  $G$  și  $G'$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $ABC$  și  $A'B'C'$ . Să se arate că dreptele  $GG'$  și  $BC$  sunt paralele dacă și numai dacă  $AB, BC, AC$  sunt în progresie geometrică.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.****Timp de lucru: 3 ore**