

Olimpiada Națională de Matematică**Etapa locală, 16 februarie 2019****Clasa a IX – a****VARIANTA 1****IX****SUBIECTE:**

1. Să se arate că numărul $A = 3\,99\dots9\,76\,00\dots0\,56$, $n \in N$, se poate scrie ca suma pătratelor a patru numere naturale pare consecutive.

2018cifre 2018cifre

(7p)

Prof. Gobej Adrian, Curtea de Argeș

2. Să se arate că $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k^4}\right) < \frac{9}{4}$, $(\forall) n \in N^*$

(7p)

Prof. Silviu Graure, Pitești

3. Fie x număr real și a, b, p numere naturale nenule, $(a, b) = 1$, astfel încât

$1 + x + x^2 + \dots + x^n \neq 0$, oricare ar fi $n \in N$. Arătați că dacă $(1 + x + x^2 + \dots + x^n)^a \in Q$ și

$(1 + x + x^2 + \dots + x^n)^b \in Q$, oricare ar fi $n \in \{p, p+1\}$, atunci $x \in Q$.

(7p)

Prof. Cosmin Manea și Dragoș Petrică, Pitești

4. a) Să se demonstreze că două triunghiuri ABC și $A'B'C'$ au același centru de greutate dacă și numai dacă $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

(4p)

b) În planul unui triunghi ABC se consideră punctele M, N, P astfel încât $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$,

$\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{PA}$. Fie G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor $AMP, BNM,$

CPN . Să se demonstreze că triunghiurile ABC și $G_1G_2G_3$ au același centru de greutate.

(3p)

O carte face cât un lingou de aur. Bani nu aduc învățătura, dar învățătura aduce bani.
(Proverbe românești)

Notă:*Toate subiectele sunt obligatorii.**Fiecare subiect este notat cu punctaje cuprinse între 0-7 puncte.**Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.**Timp de lucru: 3 ore.*