

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 28.02.2015

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Arătați că dacă a, b, c sunt numere naturale diferite, astfel încât $a^2 = b^2 + c^2$, atunci cel puțin unul dintre ele este multiplu de 5.

G.M. 2014

SUBIECTUL 2

Se consideră numărul $N = \overline{abcdef}$. Să se demonstreze că numărul N este divizibil cu 7 dacă și numai dacă $\overline{ef} + 2 \cdot \overline{cd} + 4 \cdot \overline{ab}$ este divizibil cu 7.

Folosind eventual acest rezultat să se arate că numărul $\overline{1.....12....2....9.....9}$ este divizibil cu 7, știind că fiecare cifră de la 1 la 9 apare de 12 ori.

G.M.2014

SUBIECTUL 3

- a) Arătați că numărul 2^{20} are 7 cifre.
- b) Arătați că numărul 2^{130} are 40 de cifre.

R.M.T.

SUBIECTUL 4

- a) Aflați cel mai mare număr de cinci cifre care împărțit la 98 dă restul 97.
- b) Aflați $\overline{xy}$ știind că numărul $\overline{x00y21}$ împărțit la $\overline{xyyx}$ dă câtul $\overline{xy}$ și restul $\overline{yy}$.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 28.02.2015
CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Arătați că numărul:

$$n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 70 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{70}\right) \text{ este natural și se divide cu } 71.$$

G.M 2014

SUBIECTUL 2

a) Arătați că numărul $\frac{3^{10} + 7 \cdot 3^{11}}{8 \cdot 3^{10} + 3^{11}}$ este număr natural.

b) Arătați că dacă a și b sunt numere naturale și $2a + 3b$ este divizibil cu 11 atunci fracția

$$\frac{a+7b}{8a+b} \text{ este reductibilă.}$$

R.M.T

SUBIECTUL 3

În jurul punctului O se formează unghiurile AOB , BOC , COD , DOA . Se știe că $\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt complementare, iar $\angle AOB$ și $\angle COD$ sunt suplementare. Dacă $[OM]$ este bisectoarea $\angle BOC$, $[ON]$ este bisectoarea $\angle COD$ și $[OP]$ este bisectoarea $\angle AOD$, aflați:

a) $m(\angle NOP)$.

b) $m(\angle AOB)$, știind că $m(\angle POM) = 132^\circ$.

c) $m(\angle AOB)$, știind că $m(\angle COD)$ este de 4 ori mai mare decât $m(\angle BOC)$.

S.G.M. 2014

SUBIECTUL 4

În același semiplan mărginit de o dreaptă d se construiesc triunghiurile isoscele congruente ABM și CDN de baze $[AB]$, respectiv $[CD]$, unde A, B, C, D aparțin dreptei d în această ordine. Dacă $AN \cap MD = \{E\}$, $MB \cap NC = \{F\}$, $AN \cap MB = \{P\}$, $MD \cap NC = \{Q\}$ demonstrați că $AP = DQ$ și $EF \perp d$. (Se poate utiliza teorema: Un triunghi este isoscel dacă și numai dacă unghiurile de la bază sunt congruente).

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 28.02.2015
CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

Se consideră mulțimile : $A = \left\{ x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{3n+2}{2n+1}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ și

$B = \left\{ y \in \mathbb{Q} \mid y = \frac{5m+3}{5m+1}, m \in \mathbb{Z} \right\}$. Determinați elementele multimii $A \cap B$.

G.M 2014

SUBIECTUL 2

Calculați $x + y + z$ știind că $\frac{x}{x+1} = \frac{y}{y+2} = \frac{z}{z+3}$ și $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 54$.

G.M 2014

SUBIECTUL 3

În patrulaterul ABCD, $m(\angle A) = m(\angle C) = 90^\circ$ și $AB = AD$. Dacă $AM \perp BC$, cu $M \in (BC)$, arătați că $S_{[ABCD]} = AM^2$.

R.M.T

SUBIECTUL 4

În paralelogramul ABCD, $AC \cap BD = \{O\}$, M este mijlocul laturii [BC]. Prin O se construiește $NP \parallel DM$, $N \in (AD)$, $P \in (BC)$. Dacă $AM \cap NP = \{Q\}$ și $CQ \cap AB = \{R\}$, arătați că rapoartele $\frac{AR}{AB}$ și $\frac{QR}{QC}$ au aceeași valoare și determinați această valoare.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 28.02.2015
CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

Determinați numerele raționale x și y știind că:

$$16,5 - \left(\frac{|x-1|}{\sqrt{2}} - |y^2 - 2| \right)^2 = 10\sqrt{2}$$

S.G.M. 2014

SUBIECTUL 2

Arătați că, dacă a, b, c sunt numere raționale nenule, astfel încât $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ atunci numărul $N = \left(\frac{ab}{c} + 1 \right) \left(\frac{bc}{a} + 1 \right) \left(\frac{ac}{b} + 1 \right)$ este nenegativ și $\sqrt{N}$ este rațional.

S.G.M. 2014

SUBIECTUL 3

În tetraedrul regulat $ABCD$, de muchie a , planul determinat de muchia AB și mijlocul O al înălțimii $[DG]$ intersectează muchia $[DC]$ în punctul M . Aflați:

- Lungimile laturilor triunghiului ABM .
- Sinusul unghiului diedru format de planul (ABM) cu planul (ABC) .

R.M.T.

SUBIECTUL 4

În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB=24$ cm, $AD=AA'=6$ cm, se consideră pe muchiile $[AB]$, $[A'B']$ și $[D'C']$ punctele M, N, P , astfel încât $AM=6$ cm, $A'N=12$ cm, $D'P=18$ cm.

- Stabiliți natura patrulaterului $MNPQ$ și calculați-i aria, unde $\{Q\}=DC \cap (MNP)$.
- Determinați distanța de la punctul B la planul (MNP) .

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.