

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-22 FEBRUARIE 2020
Clasa a XII-a**

SUBIECTUL I:

Fie $a \in (1,4)$. Să se calculeze:

$$I = \int_1^a \frac{\ln x}{x^2 - ax + a} dx$$

SUBIECTUL II:

Să se calculeze:

$$I = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{x \arctg x}{1 + e^{tg x}} dx$$

SUBIECTUL III:

Fie $(G, \cdot)$ un grup cu proprietatea: $x^2 = e, \forall x \in G$. Să se arate că $(G, \cdot)$ este grup abelian.

SUBIECTUL IV:

Fie $E = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Pentru orice $t \in \mathbb{R}$ definim

$$f_t: E \rightarrow E; f_t(x, y) = \left(x + ty + \frac{t^2}{2}; y + t \right); \forall (x, y) \in E$$

Să se arate că $G = \{f_t / t \in \mathbb{R}\}$ este grup comutativ izomorf cu grupul comutativ $(\mathbb{R}, +)$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.