



Olimpiada de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 29 februarie 2020
Clasa a VIII-a

1. a) Determinați numerele reale a, b, c pentru care $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} + 5 = a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{5}$.
S.G.M. 12/2019

b) Dacă x, y, z sunt numere reale astfel încât $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 20 = 4x + 12y + 24z$, arătați că
 $x \in [-1; 5], y \in [0; 3]$ și $z \in \left[\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right]$.
G.M. 12/2019

2. Arătați că $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq \sqrt{2(x^2 + y^2)}$, știind că x și y sunt numere reale strict mai mari decât zero.

3. Pe planul dreptunghiului $MNPQ$ se ridică de aceeași parte a planului, perpendicularele $MA=12\text{cm}$ și $NB=6\text{cm}$. Știind că $MN = 6\sqrt{2}\text{cm}$, $NP = 6\sqrt{3}\text{cm}$ și că dreapta AB intersectează planul (MNP) în punctul T , aflați:

a) distanța de la punctul B la dreapta AP ;

b) distanța de la punctul N la planul (BTP) .

4. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub de muchie a , O și O' centrele fețelor $ABCD$ și respectiv, $A'B'C'D'$. Calculați:

a) distanța dintre planele $(O'AD)$ și $(OB'C')$;

b) tangenta unghiului format de planele $(OB'C')$ și (ABC) .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore.

Subiectele au fost propuse și selectate de:

- Prof. Amalia Caltea, Școala Gimnazială "Alexandru Ioan Cuza" Baia Mare
- Prof. Monica Lupu, Școala Gimnazială "Lucian Blaga" Baia Mare
- Prof. Nadina Neaga, Școala Gimnazială "Dr. Victor Babeș" Baia Mare
- Prof. Mihaela Vălean, Școala Gimnazială "Lucian Blaga" Baia Mare
- Prof. Bogdan Zetea, Școala Gimnazială "George Coșbuc" Sighetu Marmăției