

Olimpiada Națională de Matematică**Etapa locală, 25 februarie 2018****Clasa a V – a
VARIANTA 1****V****SUBIECTE:**

1. a) Arătați că numărul $x = 3^{2n+2} \cdot 5^{2n} + 3^{2n} \cdot 5^{2n+2} + 15^{2n+1}$ este pătrat perfect, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$. (3p)

b) Aflați numărul $\overline{abcd}$ știind că: $\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 2018$. (4p)

2. Bunicul îi propune spre rezolvare lui Victor, elev în clasa a V-a, următoarea problemă:
« Să se afle produsul a două numere naturale prime, știind că suma lor verifică simultan următoarele condiții:

- Este un număr mai mic decât numărul care reprezintă anul nașterii tale;
- Este un număr impar mai mare decât cubul numărului 10;
- Este un multiplu al diferenței dintre numărul total al zilelor din an și numărul zilelor din cea mai scurtă lună din an;
- Este un număr mai mic decât o putere a celui mai mic termen al său cu răsturnatul numărului care reprezintă numărul zilelor din una dintre cele mai lungi luni dintr-un an.»

Bunicul i-a transmis lui Victor să analizeze cu atenție fiecare dată a problemei și să justifice afirmațiile făcute, nu doar să probeze un posibil răspuns. Victor are nevoie de ajutor. Voi cum ați rezolva problema ? (7p)

3. Fie numărul $n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2017}$.

a) Demonstrați că $2n < 3^{2018}$; (4p)

b) Aflați restul împărțirii numărului 3^{2018} la 234. (3p)

4. În noul clasament al sportivelor de tenis de câmp feminin din România, pe primele trei poziții sunt Simona Halep, Sorana Cîrstea și Irina-Camelia Begu. Sportivele au împreună 10695 puncte. Dacă Simona ar mai fi avut încă 225 puncte, atunci ea ar fi avut triplul sumei punctelor celorlalte două sportive, dar ea are deja cu 35 mai puțin decât de douăzeci de ori înzecitul diferenței de puncte al celorlalte două sportive. Ce punctaje au în acest moment Simona, Sorana și Irina? (7p)

Prin muncă și stăruință vei ajunge la dorință. (Proverb românesc)**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaje cuprinse între 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.

Timp de lucru: 2 ore.