

Olimpiada de matematică – clasa a V-a
etapa zonală – 8 februarie 2020

1. Fie numărul $N = 13 + 13^2 + 13^3 + \dots + 13^{2020}$
 - a) Să se determine ultima cifră a numărului N ;
 - b) Să se arate că numărului N se divide cu 17.
2. Să se compare numerele a și b dacă:
 - a) $a = 2 \cdot 3^{82} + 3^{83}$ și $b = 2^{123} + 2^{125}$
 - b) $a = 5 \cdot 2^n + 2^{n+1} + 2^n$ și $b = 3^{n+2} + 15 \cdot 3^n + 3^{n+1}$
3. Cinci creioane, patru caiete și două ascuțitori costă 24 de lei. Două creioane, trei caiete și patru ascuțitori, de același fel, costă 17 lei. Trei creioane, două caiete și trei ascuțitori, de același fel, costă 15 lei. Cât costă împreună un creion, un caiet și o ascuțitoare?
4. a) Se dau 5 numere naturale oarecare. Să se arate că putem alege câteva dintre ele astfel încât suma lor să se dividă cu 5.
b) Să se arate că oricum am alege patru numere naturale există cel puțin două dintre ele pentru care suma sau diferența pătratelor lor se divide cu 5.

Timp de lucru 2 ore

Matematika tantárgyverseny – V. osztály
Területi szakasz – 2020. február 8.

1. Adott a következő szám: $N = 13 + 13^2 + 13^3 + \dots + 13^{2020}$
 - a) Számítsd ki az N szám utolsó számjegyét
 - b) Igazold, hogy az N szám osztható 17-tel.
2. Hasonlítsd össze a és b természetes számokat, ha:
 - a) $a = 2 \cdot 3^{82} + 3^{83}$ és $b = 2^{123} + 2^{125}$
 - b) $a = 5 \cdot 2^n + 2^{n+1} + 2^n$ és $b = 3^{n+2} + 15 \cdot 3^n + 3^{n+1}$
3. Öt ceruza, négy füzet és két ceruzahegyező 24 lejbe kerül. Két ceruza, három füzet és négy ceruzahegyező, ugyanabból a fajtából 17 lej. Három ceruza, két füzet és három ceruzahegyező ugyanabból a fajtából 15 lej. Mennyibe kerül egy ceruza, egy füzet és egy ceruzahegyező összesen?
4. a) Legyen 5 tetszőleges természetes szám. Igazold, hogy választhatunk néhányat közülük úgy, hogy az összegük osztható legyen 5-tel.
b) Igazold, hogy tetszőlegesen kiválasztott négy természetes szám közül létezik legalább kettő amelyekre igaz, hogy négyzeteik összege vagy négyzeteik különbsége osztható 5-tel.

Munkaidő 2 óra

