



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 28 FEBRUARIE 2016

CLASA A XII –A

1. Se consideră grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(G, \cdot)$ unde $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 \neq 0 \right\}$.
- a) Să se arate că grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(G, \cdot)$ sunt izomorfe.
- b) Arătați că, pentru fiecare n număr natural nenul, există un subgrup cu n elemente al grupului $(G, \cdot)$ și să se determine acest subgrup.
2. Fie $a > 0, a \neq 1$. Calculați integrala $I = \int_0^1 a^{x^3+3x} \cdot \ln a^{x^5+4x^3+3x} dx$.
- S.G.M 12/2015*
3. a) Să se determine primitivele funcției $f : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\arcsin x}{x^2}$.
- b) Fie $I \subseteq \mathbb{R}$ un interval neredus la un singur punct și $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție strict descrescătoare pe I și care admite primitive pe I . Există funcții $g : I \rightarrow I$ care admit primitive pe I astfel încât $g(g(x)) = f(x), \forall x \in I$?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse și selectate de către:

prof. Boroica Gheorghe, C.N. "Gh. Șincai"

prof. Bob Robert, C.N. "V. Lucaciu"

prof. Ocean Cristina, L.T. "E. Racoviță".