



Olimpiada Națională de Matematică
Etapă locală – Vaslui, 16 februarie 2020
Clasa a X-a

Problema 1. Arătați că dacă $a, b, c \in (1, \infty)$, atunci:

$$\frac{\log_a b + \log_b c}{1 + \log_a c} + \frac{\log_b c + \log_c a}{1 + \log_b a} + \frac{\log_c a + \log_a b}{1 + \log_c b} \geq 3.$$

Problema 2. Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $z_2 + z_3 \neq 0$ și $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_2 + z_3| = |z_1|$.

Să se calculeze $\frac{z_1}{z_2 + z_3}$.

Problema 3. Să se rezolve ecuațiile în mulțimea numerelor complexe :

- a) $|z - a| + |z - b| = b - a$, unde a, b sunt două numere reale fixate, cu $a < b$.
b) $|z| + |z - 1| + |z - 2| + |z - 3| + \dots + |z - 2018| + |z - 2019| = 1010^2$

Problema 4. Să se rezolve ecuația: $\frac{8-x}{x^3-2} = 2019^{3x^3+3x-30}$

Gazeta matematică

Notă: *Timpul de lucru este de 3 ore.*
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.