

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa Locală, 23 februarie 2020****Clasa a VII-a****Problema 1**

a) Arătați că numărul $n = \sqrt{\frac{28}{3, (1)}} + \sqrt{\frac{29}{3, (2)}} + \sqrt{\frac{30}{3, (3)}} + \dots + \sqrt{\frac{35}{3, (8)}}$ este număr natural.

b) Arătați că numărul $q = \sqrt{\frac{4}{9 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{9}{16 \cdot 25}}$ este un număr rațional.

Problema 2

Arătați că are loc inegalitatea

$$\sqrt{1 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 4} + \dots + \sqrt{2018 \cdot 2019} \leq 2020 \cdot 1009.$$

Problema 3

Fie cercul $C(O, 4)$, punctele $A, B \in C(O, 4)$ astfel încât $m(\widehat{AB}) = 120^\circ$ și punctul M în exteriorul cercului cu proprietatea că $A \in (MB)$ și $MB = 5\sqrt{3}$. Dacă N este punctul de pe cerc, diametral opus punctului B , atunci aflați aria triunghiului MNB .

Problema 4

În dreptunghiul $ABCD$, $AB = 30$ cm, $BC = 20$ cm iar $AC \cap BD = \{O\}$. Fie punctul $E \in (AB)$ astfel încât $AE = 12$ cm. Calculați cât la sută reprezintă aria triunghiului EOC din aria dreptunghiului $ABCD$.

**Notă: Timp de lucru: 3 ore Toate subiectele sunt obligatorii Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu**



BAREM:

Problema 1

$$a) 3, (1) = \frac{28}{9}; 3, (2) = \frac{29}{9}; \dots; 3, (8) = \frac{35}{9} \dots \dots \dots 1 \text{ p}$$

$$\sqrt{\frac{28}{9}} = \sqrt{9} = 3; \dots; \sqrt{\frac{35}{9}} = \sqrt{9} = 3 \dots \dots \dots 1 \text{ p}$$

$$n = 3 \cdot 8 = 24, 24 \in \mathbb{N} \text{ } n \in \mathbb{N} \dots \dots \dots 1 \text{ p}$$

$$b) \frac{4}{9 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{9}{16 \cdot 25} = \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} = \frac{1}{9} - \frac{1}{25} = \frac{16}{225} \dots \dots \dots 2 \text{ p}$$

$$q = \sqrt{\frac{4}{9 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{9}{16 \cdot 25}} = \sqrt{\frac{16}{225}} = \frac{4}{15} \in \mathbb{Q} \dots \dots \dots 2 \text{ p}$$

Problema 2 :

$$\sqrt{a \cdot b} \leq \frac{a+b}{2} \dots \dots \dots 1 \text{ p}$$

$$\sqrt{1 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 4} + \dots + \sqrt{2018 \cdot 2019} \leq \frac{1+2}{2} + \frac{2+3}{2} + \frac{3+4}{2} + \dots + \frac{2018+2019}{2} \dots 1 \text{ p}$$

$$= \frac{1}{2} + 2 + 3 + 4 + \dots + 2018 + \frac{2019}{2} = 1 + 2 + 3 + \dots + 2018 + \frac{2019}{2} - \frac{1}{2} = \dots \dots \dots 2 \text{ p}$$

$$= \frac{2018 \cdot 2019}{2} + \frac{2019}{2} = 1009 \cdot 2019 + 1009 = 1009 \cdot 2020 \dots \dots \dots 3 \text{ p}$$

Problema 3:

$$m(\widehat{BNA}) = 60^\circ \dots \dots \dots 1 \text{ p}$$

$$\text{triunghiul BNA dreptunghic în A, înscris în semicerc} \dots \dots \dots 1 \text{ p}$$

$$NA = \frac{NB}{2} = 4 \text{ cm} - \text{teorema unghiului de } 30^\circ \dots \dots \dots 2 \text{ p}$$

$$\text{Aria triunghiului MNB} = (NA \cdot MB) : 2 = 4 \cdot 5\sqrt{3} : 2 = 10\sqrt{3} \text{ cm}^2 \dots \dots \dots 3 \text{ p}$$

Problema 4

$$\text{aria } \triangle AEC = \text{aria } \triangle ABC - \text{aria } \triangle BEC = 300 \text{ cm}^2 - 180 \text{ cm}^2 = 120 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots 3 \text{ p}$$

$$\text{În triunghiul AEC, EO mediană} \Rightarrow \text{aria } \triangle AEO = \text{aria } \triangle EOC = 60 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots 2 \text{ p}$$

$$\text{Aria dreptunghiului} = 600 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{aria triunghiului EOC este } 10 \% \text{ din aria dreptunghiului ABCD} \dots \dots \dots 2 \text{ p}$$