

Concursul Național de Matematică Aplicată,, Adolf Haimovici”
Etapa pe centru – 24.02.2017
Filieră teoretică: profil real-științe ale naturii
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
SUBIECTUL I

a)	$\forall x, y \in (1, +\infty) \Rightarrow x * y \in (1, +\infty)$	3p
b)	$f(x * y) = xy - x - y + 1 = f(x) \cdot f(y)$	2p
c)	Fie $a = \underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de 10 ori}}, f(a) = f(x * x * \dots * x) = \underbrace{f(x) \cdot f(x) \dots f(x)}_{\text{de 10 ori}}$ $\Rightarrow a - 1 = (x - 1)^{10}$ deci $a = (x - 1)^{10} + 1$ $\Rightarrow$ Ecuația devine $(x - 1)^{10} = 1024, x \in R \Rightarrow x = -1 \text{ sau } x = 3$	2p 1p 1p

SUBIECTUL al II-lea

a)	$\forall A(x), A(y) \in M \Rightarrow A(x) \cdot A(y) = A(x + y - 2xy) \in M$ Verifică asociativitatea și comutativitatea Găsește $A(0) \in M$ elementul neutru	2p 2p 2p
b)	$A(x) \cdot A(x') = A(x') \cdot A(x) = A(0) \Rightarrow x' = \frac{-x}{1-2x}$ pentru $x \neq \frac{1}{2}$ $U(M) = \left\{ A(x), x \in R - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \right\}$	2p 1p

SUBIECTUL al III –lea

a)	$F'(x) = f(x) \geq 0, \forall x \in R \Rightarrow x^2 + x + a \geq 0, \forall x \in R \Rightarrow$ $\Delta = 1 - 4a \leq 0 \Rightarrow a \in \left[\frac{1}{4}, +\infty \right)$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x - 1} \cdot \frac{1}{x + 1} = f(1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{e(2+a)}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1-4e}{2e}$	3p
c)	$F'(x) = 0$ are două rădăcini diferite de semne contrare $\Rightarrow a \in (-\infty, 0)$	3p

SUBIECTUL al IV–lea

a)	$\int x \arctg x dx = \int \left(\frac{x^2}{2} \right)' \cdot \arctg x dx = \frac{x^2}{2} \arctg x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx =$ $= \frac{x^2}{2} \cdot \arctg x - \frac{1}{2} (x - \arctg x) + C$	3p
b)	$\int \frac{x + x^3}{1 + x^4} dx = \int \frac{x}{1 + x^4} dx + \int \frac{x^3}{1 + x^4} dx = \frac{1}{2} \arctg x^2 + \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + C$	3p
c)	$I = \int (-\sqrt{1+x^2})' \cdot e^{\arcsin x} dx = -\sqrt{1-x^2} e^{\arcsin x} + \int e^{\arcsin x} dx$ $I = \int x \cdot (e^{\arcsin x})' dx = x \cdot e^{\arcsin x} - \int e^{\arcsin x} dx$	1p 1p 1p

Adunând cele două relații se obține	$I = \frac{1}{2} \left(x e^{\arcsin x} - \sqrt{1-x^2} e^{\arcsin x} \right) + C$	
-------------------------------------	---	--

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu.



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARAD



Strada M.Scaevola nr.9, Telefon: 0257 / 28 00 08, Fax 0257 / 21 47 46,

web : www.isjarad.ro

e-mail: inf_arad@isjarad.ro

Concursul Național de Matematică Aplicată,, Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 24.02.2017

Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$A(x) \cdot A(y) = A(x+y), \quad x+y \in R$	2p
b)	Înmulțirea matricilor este asociativă, $I_3 = A(0) \in G$ este elementul neutru și orice element din G este simetrizabil, deci $(G, \cdot)$ este grup.	4p
c)	f morfism: $f(x+y) = f(x) \cdot f(y), \quad \forall x, y \in R$	1p
	f injectivă	1p
	f surjectivă	1p

SUBIECTUL al II-lea

a)	$x * e = e * x = x, \quad \forall x \in R \Rightarrow e = 5 \in R$	3p
b)	$x * x * x = (x-4)^3 + 4, \quad (x-4)^3 + 4 = x \Rightarrow$ $(x-4)(x-5)(x-3) = 0, \quad \text{adică } x \in \{3, 4, 5\}$	3p
c)	Exemplu, pentru $a-4 = \frac{2}{3}, \quad a = \frac{14}{3}$ și $b-4 = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{11}{2}$ avem $a * b = 1 + 4 = 5 \in N$	3p

SUBIECTUL al III –lea

a)	$\int (f(x) - 3x^2 - 1) dx = x^4 + C$	3p
b)	$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = 4x + 3 \ln x - \frac{1}{2x^2} + C$	3p
c)	$F(x) = x^4 + x^3 + x + C, \quad F(-1) = -1 + C = 2017 \quad C = 2018$ $F(x) = x^4 + x^3 + x + 2018$	2p 1p

SUBIECTUL al IV–lea

a)	$\int f_0(x) dx = e^x + C$ $\int (f_0(x) + f_1(x)) dx = x e^x + C$	1p 2p
b)	Fie F o primitivă a lui $f_3, \quad F'(x) = f_3(x) < 0, \quad x \in (-\infty, 0)$	3p
c)	Fie G o primitivă a lui $f_4, \quad G''(x) = f_4'(x) = x^3 e^x (4+x) < 0, \quad \forall x \in (-4, 0)$	3p

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARAD



Strada M.Scaevola nr.9, Telefon: 0257 / 28 00 08, Fax 0257 / 21 47 46,
web : www.isjarad.ro e-mail: inf_arad@isjarad.ro

Concursul Național de Matematică Aplicată,, Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 24.02.2017

Filieră tehnologică: profil tehnic

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$e = -1$ $x' = -2 - x$ Simetricul elementului 2017 este -2019	1p 1p 1p
b)	$x^2 + x - 2 \leq 0, \quad x \in [-2, 1]$	3p
c)	$n^2 - n - 6 = 0, \quad n_1 = 3, \quad n_2 = -2, \quad n \in \mathbb{N}^*, \quad n \geq 2 \Rightarrow A = \{3\}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

a)	Se verifică prin calcul direct	2p
b)	Înmulțirea matricelor este asociativă, $I_2 = A(0) \in G$ este element neutru $\forall A(x) \in G, \exists A(x') \in G$ astfel încât $A(x) \cdot A(x') = A(x') \cdot A(x) = A(0)$, $x' = -x$	4p
c)	$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^{2017} = (A(1))^{2017} = A(2017)$	3p

SUBIECTUL al III –lea

a)	$\int (f(x) - 3x^2 - 1) dx = x^4 + C$	3p
b)	$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = 4x + 3 \ln x - \frac{1}{2x^2} + C$	3p
c)	$F(x) = x^4 + x^3 + x + C, \quad F(-1) = -1 + C = 2017 \quad C = 2018$ $F(x) = x^4 + x^3 + x + 2018$	3p

SUBIECTUL al IV –lea

a)	Se verifică faptul că f este derivabilă pe $(0, +\infty)$ și $f'(x) = g(x), \quad \forall x \in (0, +\infty)$	3p
b)	$\int f(x) dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + x \ln x - x + C$	3p
c)	$\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} + C = \frac{(\sqrt{x} + \ln x)^2}{2} + C$	3p

Notă: Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARAD



Strada M.Scaevola nr.9, Telefon: 0257 / 28 00 08, Fax 0257 / 21 47 46,
web : www.isjarad.ro e-mail: inf_arad@isjarad.ro

Concursul Național de Matematică Aplicată,, Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 24.02.2017

Filieră teoretică: profil umanist-filologie și științe sociale

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I

a)	$3(A + 2B) = \begin{pmatrix} 18 & 15 & 3 \\ 15 & -6 & 3 \end{pmatrix}$	4p
b)	$2X + \begin{pmatrix} 6 & -3 & 3 \\ 9 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 0 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$	2p
	$X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 15 & -3 \\ -5 & -4 & 7 \end{pmatrix}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

a)	$A^2 = 3A, \quad A^2 - 3A + 2I_2 = 2I_2$	3p
b)	$A^n = 3^{n-1}A, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ Demonstrație prin inducție matematică	2p 1p
c)	$B = A + 3A + 3^2A + \dots + 3^{2016}A = (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2016})A = \frac{3^{2017} - 1}{2}A$	3p

SUBIECTUL al III –lea

a)	Verificare prin calcul direct	3p
b)	$x^2 - 3x + 2 = 0, \quad x = 1 \text{ și } x = 2$	3p
c)	$A(n) = A(1 + 2 + 3 + \dots + 2016) \Rightarrow n = 2017 \cdot 1008$ care este divizibil cu 2017	3p

SUBIECTUL al IV –lea

a)	Verificare prin calcul direct	3p
b)	$A^3 = I_2, \quad n = 3$	3p
c)	$A^{3k} = I_2, \quad A^{3k+1} = A, \quad A^{3k+2} = A^2 \Rightarrow A^{12} + A^{23} + A^{34} = I_2 + A^2 + A = O_2$	3p

Notă:

- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu