

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 februarie 2014
Clasa a VII- a

SUBIECTUL I (7p)

Aflați perechile de numere întregi (x,y) pentru care există egalitatea:
 $x^2+3 = 2^y$.

SUBIECTUL II (7p)

a) Arătați că:

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \text{ pentru orice } n \text{ număr natural nenul.}$$

b) Calculați suma:

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}} \quad .$$

SUBIECTUL III (7p)

Considerăm triunghiul ABC, dreptunghic în A, și punctul O mijlocul ipotenuzei BC. Dacă E este simetricul lui A față de dreapta BC și punctul F este simetricul punctului A față de punctul O, arătați că patrulaterul BCFE este trapez isoscel.

SUBIECTUL IV (7p)

Se dă triunghiul ABC, în care $D \in (BC)$ astfel încât $\frac{DB}{BC} = \frac{5}{8}$, $E \in (AC)$ cu $\frac{EC}{AC} = \frac{3}{7}$, $F \in (AB)$ cu $\frac{AB}{FB} = \frac{9}{5}$. Demonstrați că dreptele AD, BE și CF sunt concurente.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru: 3 ore