

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

CLASA a VII- a

Subiectul I

a) Dacă $m, n \in \mathbb{N}^*$, aflați care este cel mai mic număr de forma $|5^{2m} - 3^n|$.

b) Comparați numerele: $\frac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}}$ și $\frac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}}$.

Barem:

a) Pentru $m = 1$ și $n = 3$, $|5^{2m} - 3^n| = 2$ 1p

Avem $u(5^{2m}) \in \{5\}$, $\forall m \in \mathbb{N}^*$ și $u(3^n) \in \{1, 3, 7, 9\}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u(5^{2m} - 3^n) \in \{2, 4, 6, 8\}$, $\forall m, n \in \mathbb{N}^*$

..... 1p

Prin urmare cel mai mic număr de forma $|5^{2m} - 3^n|$ este 2 1p

b) Arătăm că: $\frac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}} > 1$ 1p

Calculăm diferența: $\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015} - \sqrt{2014}^{2015} - \sqrt{2015}^{2014} =$

$\sqrt{2015}^{2014}(\sqrt{2015} - 1) - \sqrt{2014}^{2014}(\sqrt{2014} - 1) > 0$ 1p

Deoarece $\sqrt{2015} - 1 > \sqrt{2014} - 1$ și $\sqrt{2015}^{2014} > \sqrt{2014}^{2014}$, deci $\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015} >$

$\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}$, ceea ce este echivalent cu $\frac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}} > 1$ 1p

Cum $\frac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}} < 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}} > \frac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}}$ 1p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA A VII A**

Subiectul II

Într-un turneu de șah participă cel puțin 10 elevi dintre care 2 elevi de clasa a VII-a , restul fiind elevi de clasa a VIII –a. Fiecare participant joacă exact câte o partidă cu fiecare din ceilalți. Cei doi elevi din clasa a VII-a au obținut în total 8 puncte , iar elevii din clasa a VIII-a au obținut punctaje egale. Știind că pentru un joc câștigat se acordă un punct, pentru remiză 0,5 puncte și 0 puncte pentru un joc pierdut, câți participanți sunt în clasa a VIII-A ?

BAREM

Fie n numărul de elevi de clasa a VIII-a și m numărul de puncte obținut de fiecare elev de clasa a VIII-a. Rezultă că în turneu sunt obținute în total $n \cdot m + 8$2p

Pe de altă parte acest număr de puncte poate fi calculat și astfel: $n + 2$ persoane , fiecare din ele joacă cu câte $n + 1$ persoane fiecare , deci numărul de puncte este $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ (numărul de puncte este egal cu numărul de partide).....2p

Prin urmare $n \cdot m + 8 = \frac{(n+2)(n+1)}{2} \Leftrightarrow n(n+3-2m) = 14$2p

Cum $14 = 1 \cdot 2 \cdot 7$, sunt posibile următoarele cazuri :

- 1) $n = 1, m = -5$ - fals
- 2) $n = 2, m = -1$ - fals
- 3) $n = 7, m = 4$ - fals (sunt mai mult de 10 elevi)
- 4) $n = 14, m = 8$ - adevărat

.....1p

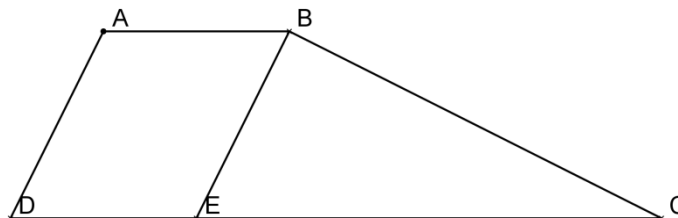
**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

CLASA a VII-a

Subiectul III

Demonstrați că în orice trapez modulul diferenței lungimilor bazelor este strict mai mare decât modulul diferenței lungimilor laturilor neparalele .

Considerăm trapezul $ABCD$ cu bazele $AB < CD$, și, fără a restrânge generalitatea $AD \leq BC$, conform desenului



Barem:

- Prin B construim $BE \parallel AD, E \in (CD)$ 1p
 $ABED$ este paralelogram(conform definiției).....1p
 Din $ABED$ paralelogram rezultă $[AD] \equiv [BE]$1p
 $|CD - AB| = |CD - ED| = EC$ 1p
 În $\triangle BEC$ avem $EC > |BC - BE|$ 2p
 $EC = |CD - AB| > |BC - BE| = |BC - AD|$ 1p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

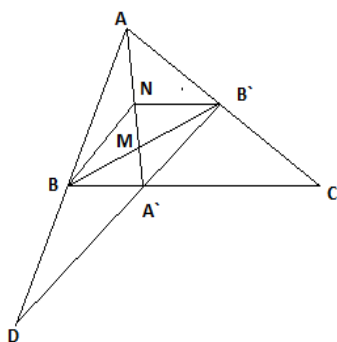
CLASA a VII-a

Subiectul IV

În $\triangle ABC$, B' și M sunt mijloacele segmentelor (AC) și respective (BB') . Dacă $(AM \cap (BC) = \{A'\})$, $(B'A' \cap (AB) = \{D\})$ și $N \in (AA')$ astfel încât $B'N \parallel BC$, atunci:

1) Arătați că $BA'B'N$ este paralelogram ;

2) Calculați $\frac{A_{A'DC}}{A_{ABC}}$.



1) $\triangle B'NM \equiv \triangle BA'M (U.L.U.) \Rightarrow [B'N] \equiv [BA'] \dots\dots\dots 1p$
 $[B'N] \parallel [BA']$ și $[B'N] \equiv [BA'] \Rightarrow BA'B'N$ paralelogram $\dots\dots\dots 1p$

2) În $\triangle AA'C$ avem $\left. \begin{matrix} B'N \parallel CA' \\ [AB'] \equiv [B'C] \end{matrix} \right| \begin{matrix} R.T.I.m. \\ \Rightarrow [AN] \equiv [NA'] \end{matrix} \dots\dots\dots 1p$

În $\triangle ADA'$ avem $\left. \begin{matrix} BN \parallel DA' \\ [AN] \equiv [NA'] \end{matrix} \right| \begin{matrix} R.T.I.m. \\ \Rightarrow [AB] \equiv [BD] \end{matrix} \dots\dots\dots 1p$

În $\triangle ADC$ avem $[DB']$ și $[CB]$ mediane $\Rightarrow A'c.g. \dots\dots\dots 1p$

$A_{A'CD} = \frac{2}{3} \cdot A_{BDC} = \frac{2}{3} \cdot A_{ABC} \Rightarrow \dots\dots\dots 1p$

$\frac{A_{A'CD}}{A_{ABC}} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots 1p$