OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 09.02.2013

Clasa a VI-a

Barem de corectare

Problema 1

Numărul n mai poate fi scris: $n = 2013(2013-1) - 2012 = 2013 \cdot 2012 - 2012$

$= 2012(2013-1) = 2012 \cdot 2012 = 2012^2$..***2p***

$\Rightarrow \frac{3^{2012}+3^{2011}}{3^{2011}+3^{2010}} = \frac{3^{2011}(3+1)}{3^{2010}(3+1)} = \frac{4 \cdot 3^{2011}}{4 \cdot 3^{2010}} = 3$..***2p***

Din $\frac{\frac{7x}{2012}}{4} = \frac{503}{5 \cdot n \cdot \left(\frac{3^{2012}+3^{2011}}{3^{2011}+3^{2010}}\right)}$ deducem $\frac{7x}{2012 \cdot 4} = \frac{503}{15 \cdot 2012^2} \Leftrightarrow x = \frac{2012 \cdot 4 \cdot 503}{7 \cdot 15 \cdot 2012^2} \Rightarrow x = \frac{1}{105} \in \mathbb{Q}$.............. .....***3p***

Problema 2

100a+10b+c se divide cu 17

$\Rightarrow$ 15a+10b+c se divide cu 17 (1)

Dar 12a-6b+c se divide cu 17

Se adună ultimele două relații și se obține că: 27a+4b+2c se divide cu 17.......................2p.

Deci 5a+2b+c se divide cu 17...1p.

Scăzând ultima relație din relația (1) se obține 5a+4b divizibil cu 17 ....1p

Deoarece a și b sunt cifre, $a \neq 0$, avem $5 \leq 5a+4b \leq 81$, deci $5a+4b \in \{17,34,51,68\}$ 1p

Analizând cazurile posibile se obțin soluțiile: 136; 612; 748 ...... 2p.

Problema 3

a) Dacă ordinea punctelor este A-B-C atunci MC=8 cm **(2p)**

Dacă ordinea punctelor este C-A-B atunci MC=4 cm **(2p)**

b) Se poate lua $a = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2015 + 2$ **(2p)**

Justificare: a-2+i este divizibil cu i, pentru i de la 2 la 2015 **(1p)**

Problema 4

Notăm $m(\sphericalangle BOC) = x \Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 3x.$

Notăm cu [OM bisectoarea unghiului AOB și [ON bisectoarea unghiului BOC

Str. Mihai Eminescu nr. 11, 410019, Oradea

Tel: +40 (0) 259 41 64 54,
Tel./fax: +40 (0) 359 43 62 07,
Fax: +40 (0) 259 41 80 16,
+40 (0) 259 47 02 22,
Web: www.isjbihor.ro
E-mail: isjbihor@yahoo.com

Avem 2 cazuri: Cazul 1. $[OB \in Int(\sphericalangle AOC)$.

a) $m(\sphericalangle MON) = m(\sphericalangle MOB) + m(\sphericalangle BON) = 2x$, de unde $x = 20^0$ .... 2p.

$\Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 60^0, m(\sphericalangle BOC) = 20^0, m(\sphericalangle AOC) = 80^0$ .... 1p.

b) $m(\sphericalangle AOB') = 120^0$ .... 1p.

Cazul 2. $[OC \in Int(\sphericalangle AOB)$.

a) $m(\sphericalangle MON) = m(\sphericalangle MOB) - m(\sphericalangle NOB) = x$, de unde $x = 40^0$ .... 1p.

$\Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 120^0, m(\sphericalangle BOC) = 40^0, m(\sphericalangle AOC) = 80^0$ .... 1p.

b) $m(\sphericalangle AOB') = 60^0$ .... 1p.

Notă: a) Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte.
b) Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.