INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A VII-A

SUBIECTE

I. Fie a, b, c $\in$ **Q*** astfel încât

$$\frac{3a+4b+5c}{2a+3b}=\frac{3b+4c+5a}{2b+3c}=\frac{3c+4a+5b}{2c+3a}$$

Aflaţi

$$A=\sqrt{\left(\frac{3a+4b+5c}{2a+3b}+\frac{3b+4c+5a}{2b+3c}+\frac{3c+4a+5b}{2c+3a}\right)\cdot\frac{1}{5}}$$

II. Arătaţi că $\sqrt{2013^{2012}+2012^{2013}}\notin \mathbf{Q}$ şi $\sqrt{6^{n}+2013}\notin \mathbf{Q}$ pentru orice număr natural n.

III. În triunghiul ABC, D este mijlocul segmentului BC şi 2·AD = BC. Fie DE $\perp$ AC, E $\in$ (AC), F simetricul lui E faţă de punctul D, G mijlocul segmentului FC şi {H} = BF $\cap$ EG. Demonstraţi că punctele A, D, H sunt coliniare.

(G.M. nr. 7-8-9/2011)

IV. În triunghiul ascuţitunghic ABC, cu [AB] $\equiv$ [AC], mediatoarea laturii [AB] intersectează BC în N. Bisectoarea $\sphericalangle$ABC intersectează AN în E, iar bisectoarea $\sphericalangle$ NAC intersectează BC în L. Demonstraţi că patrulaterul LEAC este trapez.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: trei ore
Pentru fiecare problemă rezolvată correct se acordă 7 puncte.