



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Simion Oros, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: secretariat@isjsalaj.ro



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ Etapa locală , SĂLAJ , 11.02.2023

IX. osztály

1. Feladat

(7p) Bizonyítsd be, hogy bármely valós a, b, c , számra teljesül a következő egyenlőtlenség!

$$3(a^2 + b^2 + c^2) + 1 \geq 2(a + b + c).$$

2. Feladat

(3p) a) Mutasd ki, hogy az $A = \left[\left(\sqrt{n} + \sqrt{n+1} \right)^2 \right]$, $n \in \mathbb{N}$ páratlan szám, ahol $[a]$ az a valós szám egész részét jelenti!

(4p) b) Oldd meg a következő egyenletet:

$$\left[x + \frac{1}{2} \right] + \left[2x + \frac{1}{2} \right] + \dots + \left[2^{n-1}x + \frac{1}{2} \right] = 2003, n \in \mathbb{N}, n \geq 11, \text{ ahol } [a] \text{ az } a \text{ valós szám egész részét jelenti!}$$

3. Feladat

(7p) Határozd meg az $a_1, a_2, \dots, a_n$ zérótól különböző természetes számokat, amelyek teljesítik az $a_1^2 + 2 \cdot a_2^2 + \dots + n \cdot a_n^2 = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ összefüggést!

4. Feladat

Tekintsd az ABC háromszöget, valamint az M és N pontot a háromszög síkjában úgy, hogy

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}, \text{ és } \overrightarrow{CN} = q\overrightarrow{CB}, \text{ ahol } q > 0.$$

(3p) a) Bizonyítsd be, hogy $\overrightarrow{AN} = (1 - q)\overrightarrow{AC} + q\overrightarrow{AB}$!

(4p) b) Határozd meg a q értékét úgy, hogy A, M és N kollineáris pontok legyenek!

Munkaidő : 3 óra.

Minden feladat 7 pontot ér.