

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
- ETAPA LOCALĂ -
10.02.2024
CLASA a XI - a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Timp de lucru: 3 ore

1. Fie matricele $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ cu $A^3 = A^2$ și $A + B = I_n$. Să se arate că matricea $I_n + AB$ este inversabilă.
2. Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$. Arătați că $\det(A + I_2) = \det(A - I_2)$ dacă și numai dacă $\text{Tr}(A) = 0$.
3. Să se calculeze : $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{x-5} + \sqrt{x-3}}{\sqrt{5-x} + \sqrt[3]{3-x}}$.
4. Arătați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit recurent prin $x_1 = a > 1$ și $x_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2x_n + \frac{1}{x_n^2} \right)$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ este convergent la 1.