



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – CONSTANȚA, 08.02.2020
Clasa a IX-a**

SUBIECTUL I

Determinați $x \in \mathbf{R}$ astfel încât $[x^2] \cdot \{1+x^2\} = x^2 - 1$, unde $[a]$ și $\{a\}$ reprezintă partea întreagă respectiv partea fracționară a numărului a .

* * *

SUBIECTUL II

Fie $a, b, c \in [1, +\infty)$. Arătați că $\frac{a}{a+2\sqrt{b}+c} + \frac{b}{b+2\sqrt{c}+a} + \frac{c}{c+2\sqrt{a}+b} \geq \frac{3}{4}$.

Alexandru Cărnaru

SUBIECTUL III

Fie $a, b, c \in \mathbf{Q}^*$. Să se arate că tripletul $\left(c, a+b, 2c+\frac{ab}{c}\right)$ **nu** poate forma o progresie geometrică.

Nelu Chichirim

SUBIECTUL IV

Pe laturile triunghiului ABC se construiesc, în exterior, pătratele $ABDE$, $ACFG$ și $BCHI$. Să se arate că:

- a) Dacă M este ales astfel încât $BIMD$ să fie paralelogram, atunci $BMAG$ este paralelogram.
- b) Triunghiurile ABC și DGH au același centru de greutate.
- c) Cu segmentele CD , AH și BG se poate construi un triunghi.

Cătălin Zîrnă

Notă:

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu