



Olimpiada Națională de Matematică Etapă locală - 22 februarie 2019

Clasa a VII-a

1. Fie $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{2a+3b}{3a+2b} = \frac{18}{17}$ și $\frac{b+2c}{2b+c} = \frac{14}{13}$.
 - a) Demonstrați că $a^2 + b^2 = c^2$.
 - b) Dacă în plus $a \cdot b \cdot c = 480$ determinați cele trei numere.
2. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ definim numărul $x_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(3n+1)(3n+5)}$.
 - a) Demonstrați că $x_{32} = \frac{100}{303}$.
 - b) Demonstrați că $0,25 \leq x_n \leq 0,3$.
3. În $\triangle ABC$ ducem bisectoarea AD , unde $D \in (BC)$. Fie I mijlocul lui AD și $\{E\} = CI \cap AB$. Dacă $CI = 3EI$ arătați că:
 - a) $AE = PD$, unde P este mijlocul lui CE ;
 - b) $\triangle ABC$ este isoscel cu baza BC ;
 - c) $AB = 3AE$.
4. Fie $ABCD$ paralelogram, punctul E mijlocul laturii AD și punctul F pe segmentul EC astfel încât $AF = AB$.
Demonstrați că $BF \perp EC$.

Supliment Gazeta Matematică – nr.10/2018

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.