

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
17 februarie 2019
CLASA a VI-a

1. **a) (3p)** Determinați numerele naturale prime a și b care satisfac condiția $3a + b = 60$.
b) (4p) Dacă a și b sunt numere naturale nenule și $3a + b = 60$, demonstrați că numărul $a \cdot 3^{2n+2} - 2a \cdot 3^{2n+1} + b \cdot 3^{2n}$ este divizibil cu 5.
2. Un număr alcătuit din 1236 de cifre este scris cu cifrele 1, 2, 3 și cu 12 cifre de 0. Numărul de apariții al cifrelor 1, 2 și 3 este direct proporțional cu 1, 2 și respectiv 3.
a) (4p) Calculați suma cifrelor numărului.
b) (3p) Demonstrați că numărul dat nu este pătrat perfect.
3. **(7p)** Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle BOD$ astfel încât $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente și suplementare, iar $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt neadiacente complementare. Dacă $\sphericalangle COD = 135^\circ$, determinați măsura unghiului AOB .
4. Fie triunghiul dreptunghic $\triangle ABC$ cu $\sphericalangle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in BC$ și punctele M , N situate pe segmentul BC astfel încât $\sphericalangle MAB \equiv \sphericalangle AMB$ și $\sphericalangle NAC \equiv \sphericalangle ANC$.
a) (4p) Calculați măsura unghiului MAN .
b) (3p) Dacă $AB < AC$ arătați că $\sphericalangle BAN < \sphericalangle CAM$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 2 ore.