R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a V-a

PROBLEMA 1

Se dau numerele

$x=\left[3^{121}:9^{60}+\left(5^{3}\right)^{2}:\left(5^{2}\right)^{2}\right]:2^{2}\cdot 3-3$ *şi* $y=100:\left\{23+34:\left[\left(2\cdot 3^{2}\right)^{2}:18-34^{0}\cdot 1^{2013}\right]\right\}$

a)Comparaţi numerele 3^{x} *şi* 5^{y}

b)Demonstraţi că $x^{2013}+y^{2014}$ *nu este pătrat perfect.*

PROBLEMA 2

Se consideră numerele naturale nenule x, y, z*.Împărţind pe* x *la* y *obţinem câtul 4 şi restul 3. Împărţind pe* y *la* z *obţinem câtul 5 şi restul 4.*

a) *Arătaţi că* $x \geq 100$.

b) *Determinaţi numerele* x, z, y *ştiind că* $x+y+z=153$.

PROBLEMA 3

a) *Arătaţi că* $\dfrac{\overline{xx9}+\overline{8x}+7}{\overline{x9x}+\overline{x6}}\in N$ *, unde x este cifră în baza 10.*

b) *Calculaţi* $2014-(2013\cdot 2012+2013):2013^{2}$.

PROBLEMA 4

Se dau mulţimile : $A=\{x \in N^{*} \mid 2\cdot x \leq 8\}$,

$B=\{x \in N^{*} \mid x = 2^{n-1},\ n \in A\}$,

$C=\{x \in N \mid x = m-n,\ m \in B,\ n \in A,\ m>n\}$.

a) Determină elementele mulţimilor A, B şi C;

b) Determină elementele mulţimii $A \cap B \cap C$;

c) Stabileşte valoarea de adevăr a propoziţiei: "Mulţimea $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$ *conţine numai numere consecutive."*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a VI-a

PROBLEMA 1

Aflaţi numerele naturale a şi b ştiind că [a,b] este de 15 ori mai mare decât (a,b) şi $5a+3b=150$. *Am notat cu [a,b] cel mai mic multiplu comun şi cu (a,b) cel mai mare divizor comun al numerelor a şi b.*

PROBLEMA 2

a)Fie numerele $a=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+...+\frac{2013}{2014}$ *şi* $b=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2014}$. *Arătaţi că* $\frac{a+b}{3}\in N$.

b)Calculaţi $S=7+14+21+...+364$ *şi arătaţi că* $53/S$.

PROBLEMA 3

Cu 6 *ani în urmă vârsta fiicei era egală cu* $0,2$ *din vârsta mamei, iar peste* 9 *ani vârsta fiicei va fi* $0,5$ *din vârsta pe care o va avea mama. Câţi ani are fiecare în prezent?*

PROBLEMA 4

Dreptele AB şi CD sunt concurente în O. Ştiind că semidreptele [OM, [OT, [OR sunt bisectoarele unghiurilor BOD, DOM *şi respectiv* COB, *iar* $m(\ AOM)=130°$, *calculaţi:*

a) $m(\ ROM)$ *şi* $m(\ AOD)$*;*

b)măsura unghiului dintre bisectoarele unghiurilor AOC *şi* BOR.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a VII-a

PROBLEMA 1

Să se determine valorile întregi ale lui x, pentru care valoarea expresiei $E(x)=\dfrac{\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}+\sqrt{6-4\sqrt{2}}}{x-7}$ *este număr întreg.*

PROBLEMA 2

Determinaţi numărul raţional a, ştiind că $\left(\dfrac{1}{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}+\dfrac{1}{\sqrt{9\text{-}4\sqrt{5}}}\right)\cdot a+\ \sqrt{5}$ *este număr raţional.*

PROBLEMA 3

a) Demonstraţi că $\dfrac{k}{n(n+k)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k},\forall n,k\in N$

b) Se dau numerele:

$$a=\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{3}{5\cdot 8}+\frac{4}{8\cdot 12}+\frac{5}{12\cdot 17}+\frac{6}{17\cdot 23}+\frac{7}{23\cdot 30}$$ *şi* $b = 3+8+13+\ldots+10018$.

Arătaţi că numărul $I=\sqrt{15a+\dfrac{b}{1002}}\in R-Q$.

PROBLEMA 4

Fie ABC un triunghi oarecare. Poate fi împărţit acest triunghi în 16384 de triunghiuri congruente? Justificaţi.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a VIII-a

PROBLEMA 1

Fie $a, b \in R$ *astfel încât* $a = b - 1$ *şi* $b \in [1;3]$. *Să se arate că:*

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2b + 1} + \sqrt{a^2 + b^2 - 4a - 6b + 13} = 2\sqrt{2}.$$

PROBLEMA 2

a) Pătratul ABCD şi dreptunghiul ABEF sunt situate în plane perpendiculare. Dacă AB=40 cm, BE=30 cm, aflaţi d(D,EF) şi d(E,AC).

b) Cubul OLEMPICS are lungimea muchiei OP=6 cm.

Calculaţi: ***i)*** *lungimea diagonalei paralelipipedului dreptunghic format alăturând două astfel de cuburi;*

ii) *d(M, (PLC));*

iii) *m(< (OC, (OLE))).*

PROBLEMA 3

Fie E(x,y) =2013x-2014y-1

a) Dacă $x \in [-1;1]$ *şi* $y \in [-2;-1]$ *arătaţi că E(x; y)*$\geq$*0;*

b) Determinaţi numărul divizorilor maximului lui E(x,y).

PROBLEMA 4

Fie A,B,C,D patru puncte necoplanare şi G_1, G_2, G_3 *centrele de greutate ale* ΔBCD, ΔACD *respectiv* ΔABD.

a) Arătaţi că planul $(G_1G_2G_3)$ *este paralel cu planul (ABC);*

b) Demonstraţi că dreptele AG_1, BG_2 *şi* CG_3 *sunt concurente.*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.