



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 19 februarie 2017
Clasa a VII- a
- BAREM DE CORECTARE -

SUBIECTUL I (7 puncte)

Se consideră numerele raționale nenule a, b, c și d .

Dacă $\frac{1}{a+b+c+d} = \frac{2}{b+c+d} = \frac{3}{c+d+a} = \frac{4}{d+a+b}$ arătați că $abcd < 0$.

Rezolvare :

$$\text{Avem } a + b + c + d = \frac{b+c+d}{2} = \frac{c+d+a}{3} = \frac{d+a+b}{4} = k, k \in \mathbb{Q}^* \quad (1p)$$

$$a + b + c + d = k; b + c + d = 2k; c + d + a = 3k; d + a + b = 4k$$

$$a = -k; b = -2k; c = -3k; d = 7k \quad (4p)$$

$$abcd = -42k^4 < 0 \quad (2p)$$

SUBIECTUL II (7 puncte)

a) Demonstrați egalitatea : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, oricare $a, b \in \mathbb{R}$. (1p)

b) Comparați numerele $2017!$ și 1009^{2017} , unde $2017! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2017$. (6p)

Rezolvare :

a) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, oricare $a, b \in \mathbb{R}$ (1p)

b) $2017! = (1 \cdot 2017) \cdot (2 \cdot 2016) \cdot \dots \cdot (1008 \cdot 1010) \cdot 1009$ (1p)

În fiecare paranteză numerele se scriu sub forma

$$(1009 - a)(1009 + a) = 1009^2 - a^2 < 1009^2 \quad (3p)$$

$$2017! < (1009^2)^{1008} \cdot 1009 = 1009^{2017} \quad (2p)$$

SUBIECTUL III (7 puncte)

Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ, AB < CD, AC \perp BD$ și $AC \cap BD = \{O\}$. Punctele M și N sunt simetricele punctelor D și respectiv C față de O , iar $MP \perp DC, P \in AC$.

a) Arătați că $MADP$ este romb ; (3p)

b) Demonstrați că $AM \perp ND$ și $BP \perp DP$. (4p)



Rezolvare :

a) $AD \parallel MP \Rightarrow \sphericalangle ADM \equiv \sphericalangle PMD$ (1p)

$\triangle AOD \equiv \triangle POM \Rightarrow [OA] \equiv [OP]$. Cum $[OM] \equiv [OD]$, avem $ADPM$ paralelogram.

Dar $AP \perp MD \Rightarrow ADPM$ romb (2p)

b) $DCMN$ romb $\Rightarrow DA \perp MN$.

Dar $NO \perp MD \Rightarrow A$ este ortocentrul $\triangle DNM \Rightarrow MA \perp ND$ (2p)

$\triangle DAB \equiv \triangle DPB \Rightarrow m(\sphericalangle DAB) = m(\sphericalangle DPB) \Rightarrow BP \perp DP$ (2p)

SUBIECTUL IV (7 puncte)

Fie $ABCD$ un paralelogram , punctul M mijlocul lui $[AB]$ și $\{N\} = DM \cap BC$. Știind că aria triunghiului MNB este 24cm^2 , aflați aria paralelogramului $ABCD$.

Rezolvare :

$\triangle AMD \equiv \triangle BMN \Rightarrow A_{\triangle AMD} = 24\text{cm}^2$ (2p)

$[DM]$ mediană în $\triangle ADB \Rightarrow A_{\triangle ADB} = 48\text{cm}^2$ (3p)

$A_{ABCD} = 2 \cdot A_{\triangle ADB} = 96\text{cm}^2$ (2p)



INSPECTORATUL
ȘCOLAR
JUDEȚEAN
BOTOȘANI