

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-22 FEBRUARIE 2020
Clasa a X-a

SUBIECTUL I:

- a) Să se demonstreze că funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 - 24$ este inversabilă și să se determine inversa ei.
- b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $x^3 = 24 + \sqrt[3]{x + 24}$.

SUBIECTUL II:

- a) Se consideră numerele complexe a, b, c, u, v . Dacă, în plus, $|u| = |v| = 1$, să se arate că: $|a| + |b| + |c| \geq |a + bu + cv|$.
- b) Să se demonstreze că: $|z - 1| + \left|z + \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| + \left|z + \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| \geq 3$, oricare ar fi numărul complex z .

SUBIECTUL III:

- a) Să se arate că pentru orice numere reale a, b, c are loc inegalitatea:
 $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$.
- b) Se consideră numerele reale nenule a, b, c, d , dintre care unul singur este negativ.
Dacă $a + b + c + d = 0$ și $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 12$, să se arate că are loc relația $abcd \geq -3$ și să se precizeze cazul de egalitate.

SUBIECTUL IV:

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $\log_7(6^x + 1) = \log_3(4^x - 1)$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.