Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Şcolar al Judeţului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA A XII-A
BAREM DE CORECTARE
Filiera tehnologică – Profilul tehnic

SUBIECTUL I

a) $f(B) = AB - BA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **2p**

b) Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(R)$ soluție a ecuației $f(X) = O_2$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 3a+2c & 3b+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a+3b & 2b \\ 2c+3d & 2d \end{pmatrix}$ **2p**

Deduce $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a \end{pmatrix} \in M_2(R)$ **1p**

c) Din $f(C) = f(D) = O_2 \Rightarrow AC = CA$ şi $AD = DA$ şi cum înmulțirea matricelor din $M_2(R)$ asociativă $\Rightarrow A(CD) = (AC)D = (CA)D = C(AD) = C(DA) = (CD)A \Rightarrow$ CD este soluție a ecuației $f(X) = O_2$. **2p**

SUBIECTUL II

a) $\Delta(0, 1, -1) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ **1p**

= -8 **1p**

b) $\Delta(x, y, z) = \begin{vmatrix} x^2 & (x+1)^2 & (x+2)^2 \\ y^2 & (y+1)^2 & (y+2)^2 \\ z^2 & (z+1)^2 & (z+2)^2 \end{vmatrix}$ **1p**

deduce $\Delta(x, y, z) = -4\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} = -4(x-y)(y-z)(z-x)$ **2p**

c) $A_{ABC} = \frac{1}{2}\left| \begin{vmatrix} a & (a+1)^2 & 1 \\ a+1 & (a+2)^2 & 1 \\ a+2 & (a+3)^2 & 1 \end{vmatrix} \right|$ **1p**

=1 **1p**

SUBIECTUL III

a) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x) = 4 - a$, $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x) = 0$ şi **1p**

$\exists \lim\limits_{x\to 2} f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$ şi deduce $a = 4$ **1p**

b) Pentru $a = -1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0 + 1 = 1$ **1p**

$\Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală spre $-\infty$ **1p**

c) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} \dfrac{f(x)}{x^2 - 6x + 8} = -2\ln 2$ **2p**

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \dfrac{f(x)}{x^2 - 2x} = \dfrac{1}{4}$ **1p**

SUBIECTUL IV

a) $\lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x<\frac{3}{5}}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x<\frac{3}{5}}} \dfrac{\sqrt{(3a-1)^2 x^2 + x + 1}}{5x-3} = -\infty$, $\lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x>\frac{3}{5}}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to \frac{3}{5}\\ x>\frac{3}{5}}} \dfrac{\sqrt{(3a-1)^2 x^2 + x + 1}}{5x-3} = \infty$ **1p**

$\Rightarrow x = \dfrac{3}{5}$ asimptotă verticală bilaterală **1p**

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2\left[(3a-1)^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right]}}{x\left(5 - \frac{3}{x}\right)} = \dfrac{-|3a-1|}{5}$ **1p**

$= \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x\sqrt{\left[(3a-1)^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right]}}{x\left(5 - \frac{3}{x}\right)}$ **1p**

$= \dfrac{-|3a-1|}{5}$ **1p**

Deduce $a_1 = -3 \in \left(-\infty, \dfrac{1}{6}\right) \cup \left(\dfrac{1}{2}, \infty\right)$, $a_2 = \dfrac{11}{3} \in \left(-\infty, \dfrac{1}{6}\right) \cup \left(\dfrac{1}{2}, \infty\right)$. Deci $a \in \left\{-3; \dfrac{11}{3}\right\}$ **2p**