



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

Clasa a V-a

SUBIECTUL I (7p)

- a) Arătați că numărul $x = \overline{74a} + \overline{4a7} + \overline{a74}$ este divizibil cu 37, oricare ar fi cifra nenulă a .
- b) Găsiți restul împărțirii numărului $y = 2019 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2018)$ la 2018.
- c) Stabiliți că numărul $z = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n .

SUBIECTUL II (7p)

Andrei a rezolvat luni un sfert din problemele pe care și le-a propus pentru o săptămână, marți a rezolvat o treime din cele rămase, iar miercuri a rezolvat jumătate din cele nou rămase și a constatat că i-au mai rămas de rezolvat 12 probleme. Câte probleme și-a propus să rezolve Andrei în acea săptămână?

Gazeta Matematică

SUBIECTUL III (7p)

Notăm cu $u(n)$ ultima cifră a numărului natural n .

- a) Arătați că $u(n^2) \in \{0; 1; 4; 5; 6; 9\}$ și $u(n^4) \in \{0; 1; 5; 6\}$, pentru orice număr natural n .
- b) Arătați că $u(m^4 + n^4) \in \{0; 1; 2; 5; 6; 7\}$, indiferent de alegerea numerelor naturale m și n .
- c) Demonstrați că nu există 4 numere naturale a, b, c, d astfel încât:

$$a^4 + b^4 + c^4 = 5 \cdot d^2 + 4.$$

SUBIECTUL IV (7p)

- a) Comparați 10^{30} cu 2^{100} și 10^{28} cu 2^{91} .
- b) Aflați câte cifre are numărul 2^{100} încadrându-l între două puteri consecutive ale lui 10.
- c) Demonstrați că suma cifrelor numărului 2^{100} este mai mică sau egală cu 273.

NOTĂ: Timp de lucru: 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.