



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a IX –a

PROBLEMA 1.

Să se determine funcțiile $f: N^* \rightarrow R$ cu proprietatea :

$$f(1) + 2 \cdot f(2) + 3 \cdot f(3) + \dots + n \cdot f(n) = f(n+1) - 1, \forall n \in N^*$$

PROBLEMA 2.

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația:

$$\sqrt{x^2 + 31x} + \sqrt{x + 31} = x + \sqrt{x} + 8$$

PROBLEMA 3.

Fie rombul $ABCD$ și punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$. Să se arate că centrul de greutate al triunghiului MNP aparține dreptei AC dacă și numai dacă $AM + DP = BN$.

PROBLEMA 4.

1. Se dau numerele $x, y, z > 0$ pentru care $x + y + z = 2$.

a) Să se demonstreze că $\frac{x-y}{xy+2z} + \frac{y-z}{yz+2x} + \frac{z-x}{zx+2y} = 0$.

b) Să se demonstreze că $\frac{x}{xy+2z} + \frac{y}{yz+2x} + \frac{z}{zx+2y} \geq \frac{9}{8}$.

Notă:

¹ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

² Toate problemele sunt obligatorii;

³ Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;