Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului si Sportului
Inspectoratul Şcolar al Judeţului Timiş

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA A XII-A
Filiera tehnologică – Profilul tehnic

SUBIECTUL I

Pe R definim legea de compoziție astfel :

$x * y = \frac{1}{5}(2x + 2y - mxy + 2)$, oricare ar fi $x, y \in R$ unde $m \in R$.

a) Determinați $m \in R$ ştiind că legea admite element neutru.

b) Pentru $m = 3$ demonstrați că $x * y \in \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ pentru orice $x, y \in \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$.

c) Pentru $m = 3$ calculați $\left(-\frac{2012}{2013}\right) * \left(-\frac{2011}{2012}\right) * \ldots \left(-\frac{1}{2}\right) * 0 * \left(\frac{1}{2}\right) * \ldots * \left(\frac{2012}{2013}\right)$, ştiind că n acest caz legea este asociativă.

SUBIECTUL II

Fie multimea G= $\left\{ A(x) \middle| A(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 2^x \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^x & 0 & 2^x \end{pmatrix}, x \in R \right\}$

a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) \in G$, pentru orice matrici $A(x), A(y) \in G$.

b) Ştiind că $(G, \cdot)$ este grup, deterrminați simetricul elementului $A^2(1006)$.

c) Demonstrați că funcția $f : G \to (0, \infty), f(A(x)) = 2^{x+1}$ este un morfism între grupurile $(G, \cdot)$ şi $((0, \infty), \cdot)$.

SUBIECTUL III

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + mx + 9}{\sqrt{1 + x^2}}$, $m \in R$

a) Pemtru $m = 2$ calculați $\int f(x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx$, pentru $x > 0$.

b) Pemtru $m = 0$ calculați $\int \frac{f(x)}{\sqrt{1 + x^2}} dx$.

c) Determinați parametrii reali a, b, m astfel încât $\int \left(f(x) - \frac{b}{\sqrt{1 + x^2}} \right) dx = (ax + m)\sqrt{1 + x^2} + C$

SUBIECTUL IV

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{16x + 32} & , x < -2 \\ -2^{2x} \cdot e^{x+2} & , x \geq -2 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe **R**.

b) Demonstrați că orice primitivă a funcției $h : (-\infty, -2) \to \mathbf{R}$, $h(x) = f(x), \forall x \in (-\infty, -2)$ esre strict descrescătoare .

c) Fie $g : [-2, \infty) \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(x)$, $\forall x \in [-2, \infty)$. Determinați G o primitivă a funcției g care verifică relația $G(0)(1 + 2\ln 2) - G'(0) = \ln(4e)$.

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru efectiv trei ore.*
- *Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte*

Vă dorim succes !
prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş