INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN V A S L U I

TELEFON: 0235/311928 , FAX: 0235/311715

e-mail: isjvaslui@isj.vs.edu.ro

website : http://isj.vs.edu.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – etapa locală

9.02.2013-Clasa a VI-a

1.a) Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia:

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}+\ldots+\frac{x+2012}{2013}=2012.$$

b) Unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente suplementare, (OX şi (OY sunt respective bisectoarele lor. Dacă $m(\angle BOY)=\frac{1}{4}m(\angle COX)$, aflaţi m($\sphericalangle AOB$) .

2. Împărţind numerele *a,b,c* la numărul natural nenul *n,* obţinem câturile 4, 8 respectiv 16 şi resturile 1, 2 respectiv 3.

a) Să se arate că numărul N=(*a*+3)(*b*+6)(*c*+13) se divide cu 512.

b) Determinaţi, în funcţie de *n*, *x* din relaţia x^3=N.

3. Se da triunghiul ascutitunghic ΔABC . Fie $DA\perp AC$, astfel incat [DA]$\equiv$ [AC] (punctele D si C sunt de o parte si de alta a dreptei AB) si $EA\perp AB$, astfel incat [AE]$\equiv$ [AB] (punctele E si B sunt de o parte si de alta a dreptei AC).

a) Demonstrati ca $\Delta ABD \equiv \Delta AEC$.

b) Daca [AM este bisectoarea unghiului $\widehat{BAD}$, M$\in$ (BD), iar [AN este bisectoarea unghiului $\widehat{CAE}$, N $\in$ (CE) , demonstrati ca ΔAMN este dreptunghic isoscel .

4. Numerele naturale distincte a,b verifica relatia : $9\cdot[a,b]=a\cdot b\cdot(a,b)$.

a) Aratati ca a si b nu sunt prime intre ele.

b) Aratati ca diferenta numerelor a si b este cel putin 3.

(unde $[a,b]$ reprezinta cel mai mic multiplu comun al numerelor a si b , iar (a,b) reprezinta cel mai mare divizor comun al nurelor a si b). (G.M nr. 9/2012)

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.

BAREM DE CORECTARE

Problema nr.1

a) Scrie ecuația sub forma: $(\frac{x+1}{2}-1)+(\frac{x+2}{3}-1)+...+(\frac{x+2012}{2013}-1)=0$ ……….2p

Efectuând calculele obținem: $\frac{x-1}{2}+\frac{x-1}{3}+...+\frac{x-1}{2013}=0$ …………………………..1p

Sau $(x-1)\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2013}\right)=0 \Rightarrow x=1$ rădăcina ecuație………………………1p

b)Foloseşte faptul că (Ox şi (OYsunt bisectoare……………………………………..1p

foloseşte ipoteza: $m(\angle BOY)=\frac{1}{4}m(\angle COX)$, ………………………………………1p

găseşte m ($\sphericalangle AOB$) $=120^{\circ}$ …………………………………………………………..1p

<u>Problema 2</u>.

Fie $n\neq 0 \Rightarrow a=4n+1, b=8n+2, c=16n+3$ $n\in$ **N**…………….2p

2.a) N=$(a+3)(b+6)(c+13)=(4n+1+3)(8n+2+6)(16n+3+13)=$

$=(4n+4)(8n+8)(16n+16)=4\cdot 8\cdot 16(n+1)(n+1)(n+1)=$

$=512(n+1)^3 512$ ………………………………………….. 2p

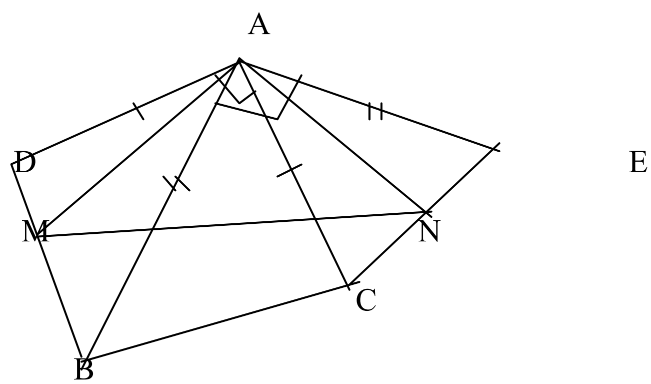
2. b) x^3=N $\leftrightarrow$ $x^3=512(n+1)^3$

$x^3=2^9(n+1)^3$ ……………………………………..1p

$x^3=[2^3(n+1)]^3$ ……………………………………1p

$x=2^3(n+1)$ ………………………………………..1p

Problema Nr.3



Figura……………………………………………………………………1p

3.a) 4p Demonstreaza ca unghiurile $\widehat{DAB}$ si $\widehat{EAC}$ sunt congruente……….1p

Demonstreaza congruenta celor doua triunghiuri………………………………………………………..........1p

3.b) 4p Demonstreaza congruenta unghiurilor $\widehat{MAB}$ si $\widehat{NAC}$ ……………..1p

Demonstraza ca unghiul $\widehat{MAN}$ este de 90°………………………………1p

Demonstreaza $\Delta ABM \equiv \Delta AEN$… ……………………………….........1p

Finalizare…………………………………..1p

Problema 4.

4.a) Scrie $(a,b)\cdot[a,b]=a\cdot b$ ………………………………………………………1p

Inlocuieste si obtine $9\cdot[a,b]=[a,b]\cdot(a,b)^2$ ……………………………………….1p

Obtine $(a,b)^2=9\Rightarrow(a,b)=3$ si finalizeaza ………………………………………1p

4.b) $\begin{array}{l} a=3x \\ b=3y \\ (x,y)=1 \end{array}$ …… ………………………………………………………………….1p

Daca $a-b=3x-3y\Rightarrow a-b=3(x-y)$, notez $x-y=k\Rightarrow a-b=3k$ …………..1p

Cum $(x,y)=1\Rightarrow x\neq y\Rightarrow x-y\geq 1\Rightarrow k\geq 1$ ……………………………………..1p

$a-b=3k\geq 3\cdot 1=3\Rightarrow a-b\geq 3$ ……………………………………………………..1p