Inspectoratul Şcolar Județean Mehedinți

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a IX-a

SUBIECTUL I

a)Numerele 2 şi 19 sunt termeni ai unei progresii aritmetice crescătoare de numere naturale. Să se calculeze rația progresiei.

b)Fie a,b,c numere întregi, cu $a^2-4b=c^2$. Să se arate că numărul a^2-2b se scrie ca sumă de două pătrate perfecte ale unor numere întregi.

SUBIECTUL II

Fie x,y,z$\in R^*$,astfel încât : $\begin{cases} [x+y]=y+z \\ [y+z]=z+x \\ [z+x]=x+y \end{cases}$,unde $[x]$este partea întreagă a numărului real x. Să se demonstreze că (x+y)(y+z)(z+x)=8xyz.

SUBIECTUL III

Fie a$\in R$, $n\in N, n\geq 2$.

a)Considerăm punctele $A_1(1,a), A_2(2,a),..., A_n(n,a)$în reperul $(O,\vec{i},\vec{j})$.Să se calculeze $\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_2}+...+\overrightarrow{OA_n}$.

b) Să se demonstreze inegalitatea $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{a^2+2^2}+...+\sqrt{a^2+n^2}\geq\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot n(2a+n+1)$.

SUBIECTUL IV

Se consideră triunghiul ABC ascuțitunghic ,cu notațiile AB=c, AC=b, BC=a şi AD$\perp$BC, D$\in[BC]$.

a)Să se arate că $\frac{BD}{DC}=\frac{c\cos B}{b\cos C}$.

b)Dacă A'este un punct astfel ca $\overrightarrow{AA'}$=(b cos C) $\overrightarrow{AB}$+(c cosB) $\overrightarrow{AC}$,să se demonstreze că punctele A,D,A'sunt coliniare.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.