



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală - 14.02.2015

Clasa a IX – a

PROBLEMA 1. Să se calculeze suma $S_n = 1 + 12 + 112 + \dots + \underbrace{111 \dots 12}_{(n-1) \text{ ori}}$, pentru $n \geq 2$.

PROBLEMA 2. Fie numerele reale strict pozitive x, y și z , astfel încât $2x + 3y + 4z = 6$. Să se arate că :

a) $\sqrt{2x} + \sqrt{3y} + \sqrt{4z} < \frac{9}{2}$;

b) $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} \geq \frac{27}{2}$.

PROBLEMA 3. Arătați că $[\sqrt{n} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n+2}]$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$ (cu $[x]$ s-a notat partea întreagă a numărului x).

PROBLEMA 4. Fie pentagonul convex $ABCDE$ și punctele G_1 și G_2 centrele de greutate ale triunghiurilor ABC , respectiv BCD .

a) Arătați că dacă M și N sunt mijloacele segmentelor $[AE]$, respectiv $[DE]$, atunci segmentele

$[G_1N]$ și $[G_2M]$ au un punct comun G , astfel încât $\frac{G_1G}{GN} = \frac{G_2G}{GM}$;

b) Aflați vectorul de poziție al punctului G determinat anterior, în funcție de vectorii de poziție ai punctelor A, B, C, D și E .

¹Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

²Toate problemele sunt obligatorii;

³Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.