

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEN BUZĂU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală 25.02.2017

CLASA a V-a

Problema 1.

- a) Determinați numerele naturale nenule care împărțite la 4 dau câtul egal cu dublul restului.
- b) La concursul „Cine știe câștigă” juriul adresează fiecărui concurent 15 întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se primesc 15 lei și pentru fiecare răspuns greșit se pierde 8 lei. La finalul concursului, unul dintre participanți a primit 60 de lei. La câte întrebări a răspuns corect?

Problema 2.

La ora de educație fizică cei unsprezece băieți din clasa a V-a joacă bachet împărțiți în două echipe de câte 5 jucători plus un jucător de rezervă. Numerele înscrise pe tricourile lor sunt: 3; 11; 17; 31; 44; 47; 50; 51; 54; 59; 87. Profesorul observă că suma numerelor de pe tricourile unei echipe este de două ori mai mare decât suma numerelor de pe tricourile celeilalte echipe.

- a) Cu ce număr este incipționat tricoul rezervei?
- b) Care sunt numerele după tricourile celor două echipe?

Problema 3.

Câte numere naturale de forma $\overline{abab3c}$ sunt divizibile cu 4 și au proprietatea că $\overline{ab}$ este pătrat perfect?

Problema 4.

Determinați numerele naturale de forma $\overline{abc}$ încât $\overline{abc} = \overline{ac}^b$.

Notă:

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEN BUZĂU
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 25.02.2017

CLASA a V-a- Soluții și barem orientativ

Problema 1.

a) Determinați numerele naturale nenule care împărțite la 4 dau câtul egal cu dublul restului.

b) La concursul „Cine știe câștigă” juriul adresează fiecărui concurent 15 întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se primesc 15 lei și pentru fiecare răspuns greșit se pierde 8 lei. La finalul concursului, unul dintre participanți a primit 60 de lei. La câte întrebări a răspuns corect?

Soluție:

a) Teorema împărțirii cu rest, $d = \hat{c} + r$, $r < \hat{c}$, $\hat{c} = 4$1p

$r < 4$, $r \in \{1;2;3\} \Rightarrow c \in \{2;4;6\}$1p

Numerele sunt: 9;18;27.....1p

b) Presupunem că a răspuns corect (greșit) la toate întrebările deci va primi $15 \cdot 10 = 150$ lei.....1p

$150 - 60 = 90$ lei, $10 + 8 = 18$ lei1p

$90 : 18 = 5$ răspunsuri greșite1p

$15 - 5 = 10$ răspunsuri corecte1p

Problema 2.

La ora de educație fizică cei unsprezece băieți din clasa a V-a joacă bachet împărțiți în două echipe de câte 5 jucători plus un jucător de rezervă. Numerele înscrise pe tricourile lor sunt: 3; 11; 17; 31; 44; 47; 50; 51; 54; 59; 87. Profesorul observă că suma numerelor de pe tricourile unei echipe este de două ori mai mare decât suma numerelor de pe tricourile celeilalte echipe.

a) Cu ce număr este încripționat tricoul rezervei?

b) Care sunt numerele după tricourile celor două echipe?

Soluție:

a) Fie $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ numerele după tricourile unei echipe, $b_1; b_2; b_3; b_4; b_5$ numerele după tricourile celeilalte echipe și r numărul după tricoul rezervei, atunci avem relația $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 2 \cdot (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5)$1p

$3 + 11 + 17 + 31 + 44 + 47 + 50 + 51 + 54 + 59 + 87 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + r \Rightarrow 3 \cdot (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5) + r = 454$1p

Observăm că $454 : 3 = 151$ rest 1, deci r dă restul 1 la împărțirea cu 3. Singurul număr care dă restul 1 la împărțirea cu 3 este 31, deci numărul după tricoul rezervei este 31.....1p

- b) $3 \cdot (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5) + 31 = 454 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 = 141$1p
 Numerele după tricourile $b_1; b_2; b_3; b_4; b_5$ sunt: 3; 11; 17; 51; 59.....1p
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 282$1p
 Numerele după tricourile $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ sunt: 44; 47; 50; 54; 87.....1p

Problema 3.

Câte numere naturale de forma $\overline{abab3c}$ sunt divizibile cu 4 și au proprietatea că $\overline{ab}$ este pătrat perfect?

Soluție:

$\overline{abab3c} : 4 \Rightarrow \overline{3c} : 4 \Rightarrow \overline{3c} \in \{32, 36\}$ deci două variante de alegere a ultimelor două cifre.

..... 3 puncte

$\overline{ab} = p^2 \Rightarrow \overline{ab} \in \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ deci șase variante de alegere pentru primele patru cifre.

..... 3 puncte

Totalul numerelor de forma $\overline{abab3c}$ este $2 \cdot 6 = 12$ 1 punct

Problema 4.

Determinați numerele naturale de forma $\overline{abc}$ încât $\overline{abc} = \overline{ac}^b$.

Soluție:

Cum $\overline{ac}^0 = 1$ și $\overline{ac}^1 = \overline{ac}$ iar $\overline{ac}^b$ are trei cifre $\Rightarrow b > 1$ 1 punct

Cum $\overline{ac}^b \geq 10^b$ și $10^3 = 1000 > \overline{abc} \Rightarrow b < 3$, deci $b = 2$ 2 puncte

Cum $\overline{a2c} = \overline{ac}^2$ și ultima cifră este aceeași $\Rightarrow c \in \{0, 1, 5, 6\}$ 1 punct

Dar $c=0$ nu e posibil deoarece penultima cifră a lui $\overline{ac}^2$ ar fi 0. 1 punct

Cum $10^2 \leq \overline{ac}^2 \leq 31^2 \Rightarrow \overline{ac} \in \{11, 15, 16, 21, 25, 26, 31\}$ 1 punct

Dintre acestea satisface toate condițiile anterioare numai $\overline{ac} = 11$, deci $\overline{abc} = 121$ 1 punct