



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I (7p)

Se dă expresia $E(x) = \frac{28x - 7x^2}{x^2 - 2} \cdot \left[\frac{1}{x} - \left(x + 4 - \frac{3x + 4}{x - 2} \right) : \left(\frac{7x + 9}{x + 1} + x - 3 \right) \cdot \frac{x - 2}{x - 4} \right]$.

- Găsiți valorile lui x pentru care $E(x)$ este bine-definită și efectuați calculele pentru a obține forma cea mai simplă a expresiei.
- Rezolvați ecuația $\frac{1}{3}(E(x) - 4) = E(4)$.
- Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $E(x)$ este număr întreg.

SUBIECTUL II (7p)

Demonstrați că $\sqrt{a-5} + \sqrt{b-5} \leq 2$, pentru orice numere reale $a, b > 5$, cu $a + b = 12$. Când are loc egalitatea?

Gazeta Matematică

SUBIECTUL III (7p)

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ notăm cu M, N, P mijloacele muchiilor $[AB]$, $[B' C']$ respectiv $[DD']$, și fie $\{O\} = AC' \cap BD'$ (centrul cubului).

- Demonstrați că $CMNP$ este o piramidă triunghiulară regulată.
- Arătați că punctele M, N, P, O sunt coplanare.
- Găsiți $\text{tg}(\angle(MNP); (ABC))$.

SUBIECTUL IV (7p)

Se consideră pătratul $ABCD$ de latură $AB = 8$ metri. Fie $\{O\} = AC \cap BD$, $MO \perp (ABC)$, $MO = 3$ metri. Se consideră apoi un segment $[EF]$ cu mijlocul în M și $EF \parallel AB$. Notăm $EF = x \in [0; 8]$.

- Calculați $\sin(\angle(AEF); (DEF))$.
- Arătați că $A_{ABEF} \geq A_{FBC}$, indiferent de valoarea lui $x \in [0; 8]$. Când are loc egalitatea?
- Aflați $\text{dist}(O; (FBC))$.



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

d) Știind că



INSPECTORATUL
ȘCOLAR
JUDEȚEAN
BOTOȘANI

$dist(A; (FBC)) = 4\sqrt{2}$, demonstrați că

$(EAD) \perp (FBC)$.

NOTĂ: Timp de lucru: 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.