

VI

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 26 februarie 2017

Clasa a VI- a
VARIANTA 1

Barem orientativ de corectare și notare:

1.

	Punctaj
$a^2(b^2 - 26) = 2 \cdot 1006$	2
$a^2(b^2 - 26) = 4 \cdot 503$	2
$a = 2$	1
$b^2 - 26 = 503, \text{ rezultă } b^2 = 529$	1
$b = 23$	1

2. Notăm $m(\widehat{AOB}) = x^\circ$, măsura complementului unghiului $\widehat{AOB}$ este $m(\widehat{AOX}) = 90^\circ - x^\circ$, (1p), iar măsura suplementului unghiului $\widehat{AOX}$ este $m(\widehat{xOy}) = 90^\circ + x^\circ$, (1p)

Avem $5m(\widehat{AOB}) = 2m(\widehat{xOy})$

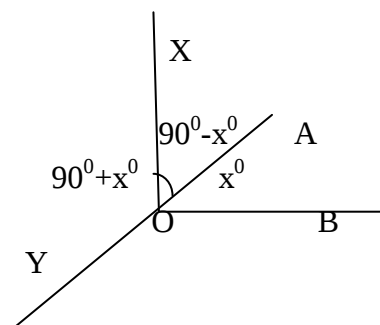
$5x^\circ = 2(90^\circ + x^\circ)$ (1p), de unde

$x^\circ = 60^\circ$ (1p) $\Rightarrow m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$

$m(\widehat{DOC}) = 120^\circ$ (1p)

$m(\widehat{BOC}) = 70^\circ$

$m(\widehat{DOA}) = 110^\circ$



b) $m(\widehat{COE}) = m(\widehat{EOD}) = 60^\circ$ (1p)

$m(\widehat{AOE}) = m(\widehat{AOD}) + m(\widehat{EOD}) = 170^\circ$, deci punctele A, O, E nu sunt coliniare. (1p)

3. 1) $p/(5a + 8b + 3c) \Rightarrow p/(3a + 3b + 3c)$ 1p $\Rightarrow$

$p/(5a + 8b + 3c) - (3a + 3b + 3c) \Rightarrow p/(2a + 5b)$ 1p

$p/(5a + 8b + 3c)$

$p/(a + b + c) \Rightarrow p/(8a + 8b + 8c)$ 1p $\Rightarrow p/(8a + 8b + 8c) - (5a + 8b + 3c) \Rightarrow p/(3a + 5c)$ 1p

2) $\frac{21a + 15b + 25c}{19a + 25b + 15c} = \frac{3(2a + 5b) + 5(3a + 5c)}{5(2a + 5b) + 3(3a + 5c)}$ 1p

$= \frac{3M_p + 5M_p}{5M_p + 3M_p} = \frac{M_p}{M_p}$ 1p

Fracția se simplifică cu p, deci este reductibilă. 1p

4. $5/195$ și $5/5(3b + 7c) \Rightarrow 5/3a$, a prim $\Rightarrow a = 5$ (1p)
 $3b + 7c = 36, 3/36, 3/3b \Rightarrow 3/7c$, c prim $\Rightarrow c = 3$ și $b = 5$ (2p)

$$\begin{aligned} 5 \cdot m(\widehat{AOB}) &= 3 \cdot m(\widehat{BOC}) / \cdot 5 \\ 5 \cdot m(\widehat{BOC}) &= 3 \cdot m(\widehat{COD}) / \cdot 3 \end{aligned} \quad (1p)$$

$$\Rightarrow 25 \cdot m(\widehat{AOB}) = 15 \cdot m(\widehat{BOC}) = 9 \cdot m(\widehat{COD}) = K \quad (1p)$$

$$\frac{9}{25}k + \frac{15}{15}k + \frac{25}{9}k = 98^\circ \quad (1p)$$

$$49k = 98^\circ \cdot 225 \Rightarrow k = 450$$

$$m(\widehat{AOB}) = 18^\circ, m(\widehat{BOC}) = 30^\circ, m(\widehat{COD}) = 50^\circ \quad (1p)$$

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.