

9

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală, 10 februarie 2024
Clasa a IX – a

V1

SUBIECTE:

1. Fie D mijlocul laturii $[BC]$ a $\triangle ABC$, $M \in (AB)$, $N \in (AC)$. Să se determine condiția de coliniaritate a vectorilor $(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD})$ și $(\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND})$.

(7p)

2. Mulțimile finite A și B satisfac egalitatea:

$$\frac{1}{\text{card}(A \cap B)} + \frac{1}{\text{card}(A \cup B)} + \frac{1}{\text{card } P(A \cup B)} = \frac{19}{24},$$
 unde $\text{card } M$ reprezintă numărul de elemente ale mulțimii M , iar $P(M)$ este mulțimea tuturor submulțimilor lui M . Să se justifice egalitatea $\text{card}(A) = \text{card}(B)$.

(7p)

3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\left\{ \frac{4x+3}{3x-2} \right\} = \frac{2x-2}{3x-2}$.

S.G.M 9/2023

(7p)

4. Fie $a, b, c > 0$ cu proprietatea ca $a + b + c = 1$. Să se arate ca $\frac{bc}{b+c} + \frac{ac}{a+c} + \frac{ab}{a+b} \geq \frac{27abc}{2}$.

(7p)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.

Timp de lucru: 3 ore.