



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 26 februarie 2017

Clasa a V- a

VARIANTA 1

Barem orientativ de corectare și notare:

1.
 - a) $2017:5=403$ rest 2..... 1p
 - resturile împărțirii unui număr din A la 5 sunt 4 sau 0..... 1p
 - resturile sunt diferite, rezultă că 2017 nu aparține lui A..... 1p
 - b) - căutăm m și n naturale a.î. $m^2+2017=5n+4$ sau $m^2+2017=5n$ 1p
 - pentru prima egalitate u.c. $(m^2+2017) \in \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$ iar u.c. $(5n+4) \in \{9, 4\}$ 1p
 - pentru cea de-a doua, u.c. $(m^2+2017) \in \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$ iar u.c. $(5n) \in \{0, 5\}$ 1p
 - concluzionează: $A \cap B = \Phi$ 1p
2.
 - notează $A=1+2+\dots+a+\dots+b+\dots+2n$ și $B=1+2+\dots-a+\dots-b+\dots+2n$, unde $a, b \in \mathbb{N}$, $a < b, b \leq 2n$... 1p
 - găsește $A=B+2(a+b)$ și $A=2B$ 1p
 - scoate $B=2(a+b)$ și $A=4(a+b)$ 1p
 - calculează $A=n(2n+1)$ 1p
 - din $b \leq 2n$, $a < 2n$ rezultă $4(a+b) < 16n$ sau $n(2n+1) < 16n$ sau $n \in \{2, 3, \dots, 7\}$ 1p
 - observă că A este multiplu de 4, obținut doar pentru $n=4$ 1p
 - alege: $A=1+2+3+\dots+7+8$
 $B=1+2-3+\dots-6+7+8$ 1p
3.
 - relația este echivalentă cu $(\overline{ab}+1)\overline{ab}=2\overline{abc}$ 2p
 - $\overline{ab}(\overline{ab}-19)=2c$ 1p
 - c-cifra, rezultă $\overline{ab}(\overline{ab}-19) \leq 18$ sau $\overline{ab} \in \{19, 20\}$ 2p
 - pentru $\overline{ab}=19$ avem $c=0$ și $\overline{abc}=190$ 1p
 - pentru $\overline{ab}=20$ avem $c=10$, absurd..... 1p
4.
 - a) - calculează $a_5=21+\dots+29=125$ 1p
 $125=5^3$ - cub perfect..... 2p
 - b) $a_n=[n(n-1)+1]+[n(n-1)+3]+\dots+[n(n-1)+(2n-1)]$, $n \geq 1$ 1p
 $a_n=n^2(n-1)+1+3+\dots+(2n-1)$ 1p
 - calculează $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$ 1p
 - ajunge la $a_n=n^3$ - cub perfect 1p

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.