

OLIMPADA DE MATEMATICA
ETAPA LOCALĂ
23 februarie 2014

BAREM
CLASA A VIII-A

1.	Din oficiu	1p
a)	$x^4 + 4y^4 + 4x^2y^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2$	3p
	Descompunerea $(x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy)$	2p
b)	$(2^{59})^2 + (13^2)^2 + 2 \cdot 2^{59} \cdot 13^2 - 2^{60} \cdot 13^2 = (2^{59} + 13^2)^2 - (2^{30} \cdot 13)^2$	2p
	Descompunerea $(2^{59} + 13^2 + 2^{30} \cdot 13)(2^{59} + 13^2 - 2^{30} \cdot 13)$. Deci, numărul dat este compus	2p

2.	Din oficiu	1p
	$\sqrt{(x-3)^2 + 4} + \sqrt{(y+1)^2 + 9}$	4p
	$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow (x-3)^2 \geq 0$ de unde avem $(x-3)^2 + 4 \geq 4$ și $\sqrt{(x-3)^2 + 4} \geq 2$ cu egalitate dacă $x = 3$	2p
	$\forall y \in \mathbb{R} \Rightarrow (y+1)^2 \geq 0$ de unde avem $(y+1)^2 + 9 \geq 9$ și $\sqrt{(y+1)^2 + 9} \geq 3$ cu egalitate dacă $y = -1$	2p
	Valoarea minimă a expresiei este 5 și expresia are această valoare pentru $x = 3$ și $y = -1$	1p

3.	Din oficiu	1p
	În triunghiul ANC , MP este linie mijlocie $\Rightarrow MP \parallel AN$ (1)	3p
	În triunghiul BMP , NQ este linie mijlocie $\Rightarrow NQ \parallel MP$ (2)	3p
	Din relațiile (1), (2) rezultă, că punctele A, N, Q sunt coliniare și $(AQ, AD) = \alpha$, deci $A, N, Q, D \in \alpha$	2p
	Deoarece $MP \parallel AN$ și $AN \subset \alpha \Rightarrow MP \parallel \alpha$, unde $\alpha = (AQD)$	1p

4.	Din oficiu	1p
	DE $\perp$ AB AB $\parallel$ EF $\Rightarrow$ DE $\perp$ EF	1p
	Calculează în Δ -ul FEB: EB=2 cm	1p
	Calculează în Δ -ul DEB: DB= $\sqrt{5}$ cm	2p
	ΔDAB : DB= $\sqrt{5}$ cm, AD= $\sqrt{2}$ cm, AB= $\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$ Δ -ul dreptunghic în A	3p
	Fie AM $\perp$ BD, deci $d(A, BD) = AM = \frac{AD \cdot AB}{BD} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$	2p