

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 25.02.2017
Clasa a XI-a

1. (7p) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(a + \frac{bx-1}{x^2+1} \right)^x = e^{-3}$.

2. (7p) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{2n} \frac{k \cdot C_{2n}^k}{n \cdot 4^{n+1} + 2k + 1}$.

SGM 11/2016

3. Se consideră $A, B \in M_3(\mathbb{Z})$ două matrice oarecare.

(3p) a) Demonstrați că $S = \det(A+B) + \det(A-B) + \det(A+iB) + \det(A-iB) = 4\det(A)$;

(4p) b) Dacă $A \in M_3\{-1, 1\}$ aflați valoarea minimă a lui S .

Liana Agnola

4. Pentru n număr par, $n \geq 2$, se definesc mulțimea $M = \{X \in M_n(\mathbb{R}) \mid \det X \neq 0\}$ și funcția $f: M \rightarrow M$, $f(X) = X^*$, unde cu X^* s-a notat adjuncta lui X .

Arătați că:

(3p) a) $f(f(X)) = (\det X)^{n-2} \cdot X$;

(4p) b) Funcția f este bijectivă.

Radu Vințan

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.