



INSPECTORATUL
ȘCOLAR
JUDEȚEAN
SATU MARE



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

Olimpiada națională de matematică

etapa locală

28.02.2015

Clasa a XII-a

1. Să se arate că monoizii $(N^*, \cdot)$ și $(Z^*, \cdot)$ nu sunt izomorfi.

Pop Ovidiu – Colegiul Național „Mihai Eminescu”

2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție bijectivă cu $f(1) = k$, $k \in \mathbb{R}$. Pe $\mathbb{R}^2$ se definește legea de compoziție $x * y = f^{-1}[f(x) + f(y) - k]$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$. Să se arate că $(\mathbb{R}, *)$ este grup comutativ.

3. Se dau matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \cos x & \sin x \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} \cos x & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Să se calculeze $\int \det^2(A - B)dx$, unde $x \in \mathbb{R}$.

4. Să se determine funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f continuă pe $\mathbb{R}$, g derivabilă pe $\mathbb{R}$ cu derivata continuă pe $\mathbb{R}$, $f(0) = g(0) = 2015$, $f \in \int g'(x)dx$ și $g \in \int f(x)dx$.

Pop Ovidiu – Colegiul Național „Mihai Eminescu”

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.

SUCCESE!