

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 16 Februarie 2014

Subiectul I

Barem de corectare și notare:

$x - y = 800$	1p
$x = 20y + r, 0 < r < y$	
$x - y = 19y + r$	1p
$19y < 19y + r < 20y$	1p
$19y < 800 < 20y, y \in \{41, 42\}$	2p
$y = 41 \Rightarrow x = 841$	1p
$y = 42 \Rightarrow x = 842$	1p

Subiectul II

Barem de corectare și notare:

a)

$$4^3 + 5^3 = 189 \quad 2p$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 0^3 + 1^3 = 1 \\ T_2 = 1^3 + 2^3 = 9 \\ T_3 = 2^3 + 3^3 = 35 \\ T_4 = 3^3 + 4^3 = 91 \\ T_5 = 4^3 + 5^3 = 189 \end{array} \right\} \quad 1p$$

Următorii 2 termeni sunt:

$$T_6 = 5^3 + 6^3 = 341 \quad 1p$$

$$T_7 = 6^3 + 7^3 = 559 \quad 1p$$

b) Termenul al 1001-lea este: $T_{1001} = 1000^3 + 1001^3 \quad 1p$

Ultimele trei cifre ale lui 1000^3 sunt 000, iar ultimele trei cifre ale lui 1001^3 sunt 001

Ultimele trei cifre ale lui T_{1001} sunt 001 1p

Subiectul III

a)

$$n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{2014 \text{ cifre}} + 2014$$

$$= 10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + \dots + 10^{2014} - 1 + 2014 \dots\dots\dots 1p$$

$$= 10 + 100 + 1000 + \dots + \underbrace{100\dots0}_{2014 \text{ cifre}} - 2014 + 2014 \dots\dots\dots 1p$$

$$= \underbrace{11\dots1}_{2014 \text{ cifre de 1}} 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$U(n) = 0 \Rightarrow n : 10 \dots\dots\dots 1p$$

$$b) \quad n = \underbrace{11\dots10}_{2014} = 111 \cdot \underbrace{1001001\dots100100}_{\substack{671 \text{ de 1} \\ 1342 \text{ de 0}}} + 10 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Câtul împărțirii lui } n \text{ la } 111 \text{ este: } \underbrace{1001001\dots100100}_{\substack{671 \text{ de 1} \\ 1342 \text{ de 0}}} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Restul este: } 10 \dots\dots\dots 1p$$