INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059

Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,

E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL
EDUCAŢIEI

NAŢIONALE

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa IX-a, științe ale naturii

SUBIECTUL I

Se consideră numerele reale $x,\ y \geq 1$

a) Arătați că $\frac{\sqrt{x-1}}{x} \leq \frac{1}{2}$.

b) Arătați că $x\sqrt{y-1} + y\sqrt{x-1} \leq xy$.

SUBIECTUL II

Se consideră şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 > 0$ şi $a_{n+1} = \frac{5a_n + 3}{a_n + 3}$. Să se arate că şirul $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_n = \frac{a_n - 3}{a_n + 1}$ este o progresie geometrică.

SUBIECTUL III

Să se demonstreze ca pentru orice n $\in N^*$ are loc egalitatea:

$$\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1};$$

SUBIECTUL IV

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\left[\frac{5+6x}{8}\right] = \frac{15x-7}{5}$.

NOTĂ:
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa X-a, ştiințe ale naturii

SUBIECTUL I

Să se calculeze suma numerelor x, y şi z dacă

$$x = \lg\frac{1}{2} + \lg\frac{2}{3} + \ldots + \lg\frac{99}{100}, \qquad y = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}},$$

$$z = \lg(tg1^\circ) + \lg(tg2^\circ) + \ldots + \lg(tg89^\circ)$$

SUBIECTUL II

Rezolvați ecuația $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$

SUBIECTUL III

Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z_1| = |z_2| = 1$. Să se arate că: $Re\left(\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}\right) = 0, (z_1 \neq z_2)$.

SUBIECTUL IV

Demonstrați că expresia $E = x^{\log_a \frac{y}{z}} \cdot y^{\log_a \frac{z}{x}} \cdot z^{\log_a \frac{x}{y}}$ este constantă pentru toate valorile admisibile ale lui a, x, y, z.

NOTĂ:
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059

Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,

E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa XI-a, științe ale naturii

SUBIECTUL I

Fie matricea . $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

a) Să se arate că pentru orice $n\geq 1$ avem $A^{n+2}=5A^{n+1}+2A^n$

b) Să se calculeze $\det(A^5)$

SUBIECTUL II

Fie $A(3,2), B(1,1), C(\alpha,4), D(5,\beta),\ \alpha,\beta\in\mathbf{R}$.

a) Să se determine numerele reale a, b astfel încât punctele A, B să aparțină dreptei de ecuație d: $x+ay+b=0$.

b) Să sedetermine valorile lui $\alpha\in\mathbf{R}$ astfel încât aria triunghiului ABC să fie egală cu 5.

c) Să se determine valorile lui $\beta\in\mathbf{R}$ astfel încât punctele A, B, D să fie coliniare.

SUBIECTUL III

a) Să se calculeze $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}-x\right)$

b) Pentru ce valori reale ale lui *a* și *b* $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}-ax-b\right)=0$

SUBIECTUL IV

Calculați limitele a) $l=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x^2+x-6}$

b) $l=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x+3^x+...+2013^x-2012}{x}$

NOTĂ:
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059

Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,

E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL
EDUCAŢIEI

NAŢIONALE

SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa XII-a, științe ale naturii

SUBIECTUL I

Se consider matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ şi mulțimea $G=\{X(a)=I_2+aA \mid a\in R\setminus\{-1\}\}$. Arătați că

a) G este parte stabilă a lui $M_2(R)$ față de înmulțirea matricelor.

b) $(G,\cdot)$ este grup abelian

c) Există $b\in R$ astfel încât $X(1)\cdot X(2)\cdot \ldots\ldots\ldots\ldots\cdot X(2013)=X(b-1)$

SUBIECTUL II

Calculați a) $\int x\cdot arctgx dx$, $x\in R$ b) $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x}dx$, $x\in(0,\infty)$

SUBIECTUL III

Fie legea de compoziție „$\circ$” definită pe $\mathbf{R}$ prin $x\circ y=xy-x-y+2, \forall\, x, y\in\mathbf{R}$.
Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ 10\ ori}=1025$.

SUBIECTUL IV

Să se determine primitivele funcției $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^4+x^2+1}{x^2-x+1}$

NOTĂ:
Toate problemele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore