



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

28 februarie 2016

Clasa a X-a

Problema 1.

a) Să se rezolve ecuația: $z^{n+1} = \bar{z}$, $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$.

b) Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \log_2 \frac{y}{x} \\ 3^{x^2+y^2-1} - 4 \cdot 3^{x \cdot y} + 9 = 0 \end{cases}$$

Problema 2.

Fie punctele $A(1,1)$ și $B(4,2)$. Să se determine coordonatele celorlalte vârfuri ale pătratelor, astfel încât A și B să fie vârfuri.

Problema 3.

Fie A o mulțime finită de numere reale strict pozitive. Să se determine funcțiile $f : A \rightarrow A$ care îndeplinesc condiția: $(f \circ f)(x) = 2 \cdot f(x) - x$, $(\forall) x \in A$.

Problema 4.

Fie $p, n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$. Să se demonstreze inegalitatea:

$$\left(p - \frac{p-1}{n}\right) \cdot \left(p - \frac{2 \cdot p-1}{n}\right) \cdot \dots \cdot \left(p - \frac{n \cdot p-1}{n}\right) > \frac{1}{n!}, \text{ apoi să se deducă inegalitatea: } (n!)^2 > n^n,$$

unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.